

МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ НА ХИСТЕРЕЗИС

Данаил Йовчев Данаилов
dyd52@abv.bg

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков“,
ул. „Гео Милев“ № 158, гр. София 1574
БЪЛГАРИЯ*

Ключови думи: магнитни вериги, хистерезис, преходни процеси, нелинейни вериги

Резюме: Протичането на хистерезисния процес все още не е намерило задоволително теоретично обяснение. Това се отнася както за линейна, така и за нелинейна магнитна характеристика $B = g(H)$. Реално процеса протича не по магнитната характеристика, а по хистерезисни цикли, чиито траектории са функция на основната магнитна крива, но зависят и от скоростите на изменение на индукцията B и интензитета H , както и от активните съпротивления на магнитния материал R_f и на намотката R_w . Предлага се модел, отчитащ тези фактори, който отразява реално протичащите процеси.

ВЪВЕДЕНИЕ

Правени са редици опити, за моделиране на електромагнитният хистерезис. Повечето от тях, се отнасят за установени стационарни режими. Моделирането на динамичния хистерезисен процес, по частни хистерезисни цикли, за магнитни материали с нелинейна характеристика, все още не е намерил окончателно решение. В статията се предлага математичен модел, за представяне на процеса на пренамагнитване в условията на преходен режим, по частни хистерезисни цикли. Основните фактори, от които зависи качествения характер на протичащия процес са: R_a - еквивалентно активно съпротивление на електромагнитната верига, характера на нелинейната основна магнитната крива $B = g(H)$ и закона по който се променя моментната индукция. Тези три фактори са в корелация помежду си. Тъй като, за дадена нелинейна намотка, първите два фактора са постоянни, то определящо за протичането на хистерезисния процес, се оказва изменението на $B(t)$ и dB/dt [2], при зададено периодично захранващо напрежение ($U_m = const.$).

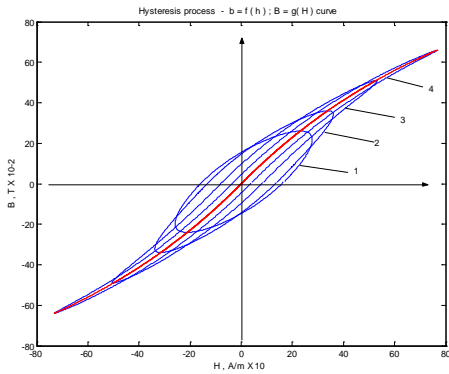
АНАЛИЗ НА ХИСТЕРЕЗИСНИЯ ПРОЦЕС

Влиянието на R_a , върху развитието на процеса на пренамагнитване е показано на фиг.1,2,3, като се взима в предвид захранващото напрежение и $B = g(H)$:

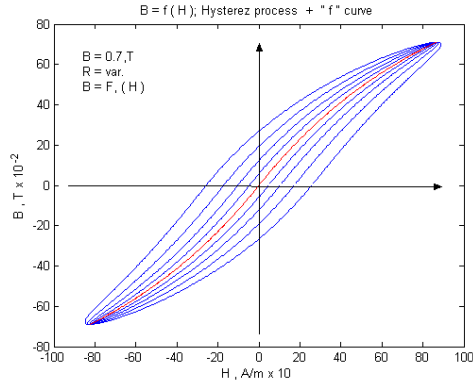
1. При зададена $B = g(H)$ и неизменно захранване:

$$(1) \quad u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (U_m = const.),$$

се наблюдава намаляване на максимума на хистерезисния цикъл - $\hat{b}(t)$, с увеличаването на R_a (фиг.1). За постигането на същите индукции, при увеличаването на R_a е необходимо да нарасне захранващото напрежение (фиг.2).

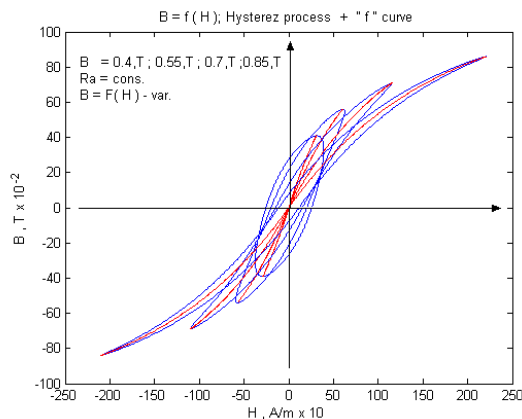


Фиг. 1



Фиг. 2

2. Ако $R_a = cons.$ и U_m нараства ($\hat{b}(t)$ е пропорционално на U_m), наклона на $B = g(H)$ се променя, като за една и съща индукция, $\mu_a(t)$ намалява, т.е. скоростта с която се променя $h(t)$ расте (3) (фиг.3).



Фиг. 3

Показаните фигури показват връзката между R_a , $b(t)$ при $U_m = cons.$ Очевидна е, че с моментното нарастване на $u(t)$, расте индуктивния пад в намотката

$$(2) \quad u_r(t) = X_L i_\mu(t),$$

за сметка на активния $u_R = R_a i_a$, което води до намаляване на активните загуби. Обратно при намаляването на $u(t)$, намалява $u_r = X_L i_\mu$, но се увеличава дела на $u_R(t) = R_a i_a(t)$, което води до увеличаване на активните загуби. Този процес се повтаря циклично и води до пренамагнитване по симетрични хистерезисни цикли. В условията на преходен процес, възникващите аperiодичните компоненти в тока деформират хистерезисния цикъл и го изместват спрямо началото на координатната

система. Самата форма на цикъла се влияе от динамичната моментна магнитна проницаемост:

$$(3) \quad \mu_d(t) = \frac{db(t)}{dh(t)} \cdot \frac{dt}{dt}$$

Зависимостта (3) описва протичането на хистерезисния процес във времевата област и се отнася за случая на безхистерезисно пренамагнитване, където се допуска, че $R_w = 0$ и $R_m \propto 0$. Тя не трябва да се смесва с диференциалната магнитна проницаемост.

МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ

За реализирането на математичния модел е необходимо да се зададат моментните стойности на индукцията с произволен апериодичен сигнал, който след затихването на апериодичните компоненти става синусоидално периодичен, с постоянна или без постоянна компонента:

$$(4) \quad b_j(t) = B_m \cos(\omega t + \psi_B) e^{-t/\tau_s} + b_j^a(t) \quad (j = I, II, III)$$

$$(5) \quad b_j(t) = B_m \cos(\omega t + \psi_B) + b_j^a(t),$$

като:

$$(6) \quad b_I^a(t) = B^a (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2})$$

$$(7) \quad b_{II}^a(t) = B_1^a e^{-t/\tau_1} - B_2^a e^{-t/\tau_2} + B_3^a e^{-t/\tau_3}$$

$$(8) \quad b_{III}^a(t) = B_1^a (1 - e^{-t/\tau_1}),$$

където:

τ_i - времекопстанти на апериодичните компоненти;

τ_s - времекопстанта на затихващата синусоидална функция;

$\psi_B = 0$.

С промяната на $B_m, B_I, B_{II}, B_{III}, \tau_i, \tau_s$, могат да се получат различни по характер сигнали.

АЛГОРИТЪМ НА МОДЕЛА

1. По зададената основна крива на намагнитване $B = g(H)$ се построява кривата $b = f(h_r)$. Тази крива, се различава от $B = g(H)$ по това, че във всяка точка от тази крива, стойността на $\mu_c = \mu_d$ на $B = g(H)$.
2. Активната компонента на интензитета се задава с периодичен сигнал, дефазиран на ъгъл $\pi/2 \text{ rad}$. спрямо $u(t)$:
- 3.

$$(9) \quad h_a(t) = H_{am} \cos \omega t - H_{am} e^{-t/\tau_d}$$

4. Търси се $b_j' = \frac{db_j(t)}{dt}$ по (5) или (6);

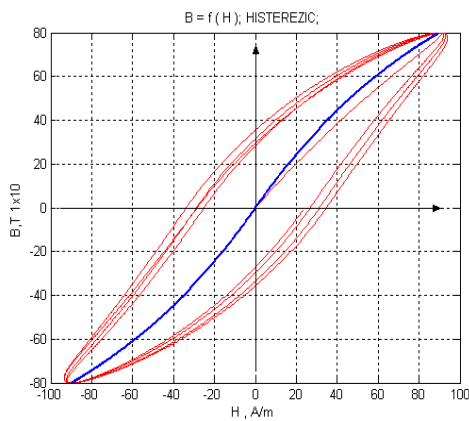
5. Заместват се стойностите на $b'_j(t)$ в $b = f(h_r)$ (от т. 2) и се намира $h_{jr}(t)$; Построяването на $b_j(t) = \mathcal{G}[h_j(t)]$, за съответната стойност на t_i в координатната система "boh" дава безхистерезисната крива на намагнитване (3).
6. Сумират се двете компоненти от т.3 и 5 и се получава:

$$(10) \quad h_{jhiz}(t) = h_a(t) + h_{jr}(t) .$$

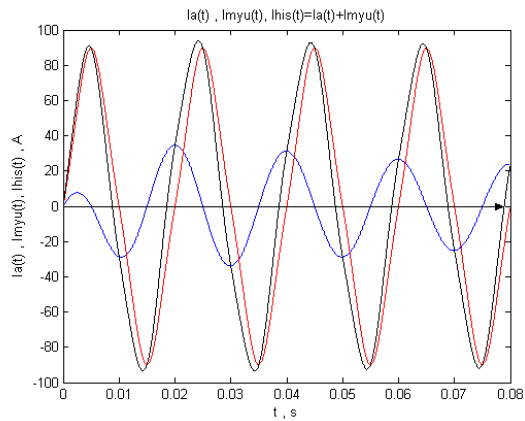
Получената функция $b_j(t) = \mathcal{G}_1[h_{jhiz}(t)]$ е кривата на хистерезисното пренамагнитване.

РЕЗУЛТАТИ

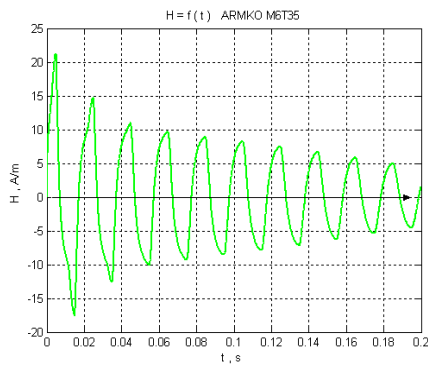
По описания алгоритъм е написана програма на *Matlab 6.3*. За единия от пресметнатите случаи е даден установяващия се несимитричен хистерезисен цикъл (фиг.4) и криви $h_a(t)$, $h_{jr}(t)$ и $h_{jhiz}(t)$ на фиг. 5. За другия случай на фиг. 6 - $h_{jhiz}(t)$, на фиг. 7 - $b_j(t)$, а на фиг.8 кривата на хистерезисното пренамагнитване за материал *Armko M6T35*. На фиг. 9 е показан същия хистерезис, но като развитие във времето в триизмерна координатната система.



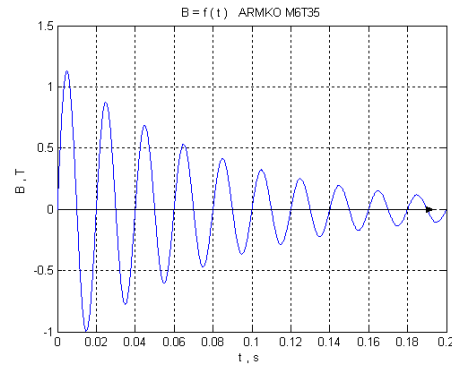
Фиг. 4



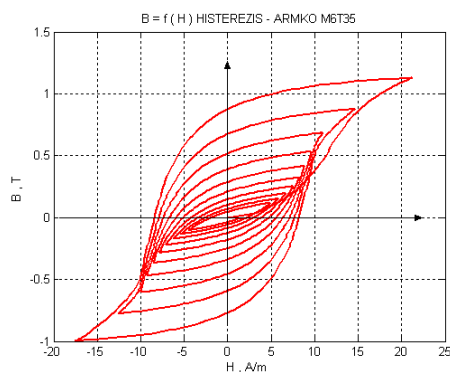
Фиг. 5



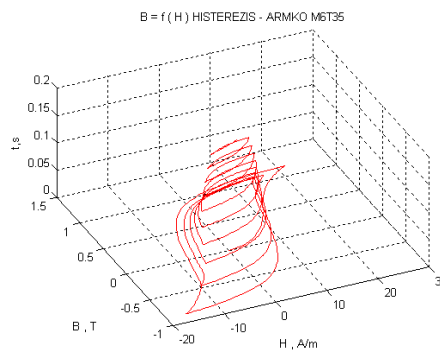
Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Данаилов Д. Й., Теория на електромагнитния хистерезис, „Механика, Транспорт, Комуникации”, том 11, № 2, 2013 г., <http://www.mtc-aj.com>
- [2] Kollar M., The Preisach model (1935) presented in 2007, Advanced Aspects of Teoretial Electrical Engineering, Sozopol '2007, pp. 154-165, 2007, Bulgaria
- [3] Данаилов Д. Й., Математичен модел за симулиране на динамичен феромагнитен хистерезис, Юбилейна научна сесия'96, „115 години ВВМУ „Н. Й. Вапцаров”, 8-9.05.1996 г., гр. Варна.

MATEMATICAL MODEL OF HUSTERESIS

Danail Yovchev Danailov
dyd52@abv.bg

Todor Kableshkov University of Transport
 158 Geo Milev Str., Sofia 1574
 BULGARIA

Key words: magnetic circuits, hysteresis, transient processes, nonlinear circuits

Abstract: Yet, hysteresis process course has not been theoretically explained in a satisfactory way so far. This statement applies to the linear as well as to the nonlinear magnetic characteristic. The process, in reality, is not performed by magnetic characteristic, but by hysteresis loops, the trajectories of which are not only functions of basic magnetic curve, but they are also dependent on induction. B alteration speeds and intensity H , as well as on ohmic resistances of magnetic material and of coil. A model, which takes into consideration these factors and presents performed in reality processes, has been suggested in the paper.