Механика
Транспорт
Комуникации
Научно списание

ISSN 1312-3823
том 11, брой 3, 2013 г.
статия № 0864
http://www.mtc-aj.com

ИЗСЛЕДВАНЕ НА УСТОЙЧИВОСТ НА ПРОЦЕСИТЕ В СИСТЕМА ЗА АВТОМАТИЧНА ДОНАСТРОЙКА НА ЧЕСТОТАТА

Галина Чернева
cherneva@vtu.bg

ВТУ „Тодор Каблешков", 1574 София, ул. „Гео Милев" 158
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: *системи за автоматична донастройка на честотата, устойчивост.*

Резюме: *Системите за автоматична донастройка на честотата (САДЧ) представляват сложни динамични системи, на базата на които се създават широк клас устройства за обработка на сигнали. Разгледани от позицията на нелинейната динамика, те са нелинейни автоколебателни системи, в които се реализират както регулярни, така и нерегулярни процеси.*

При изследване на процесите в една динамична система се търсят и анализират равновесните й състояния. Това са особените точки на множеството от променливи на състоянието на системата във фазовото пространство, определено от координатите им.

За да бъде дадена равновесна точка «привличащо» гранично множество за интегралните криви на динамичната система, тя трябва да бъде устойчива. Известни са различни методи за анализ на устойчивост на нелинейни системи. Методът на Ляпунов е един от най-ефективните начини за такъв анализ.

В настоящата работа са изследвани за устойчивост равновесните състояния на система за автоматична донастройка на честотата с честотно управление. Това е направено на базата на линеен и нелинеен модел в зависимост от условията на работа за система от първи и втори ред, като са използвани първи и втори метод на Ляпунов.

1. ПОСТАНОВКА НА ПРОБЛЕМА ЗА УСТОЙЧИВОСТ

Анализът на процесите в една динамична система се извършва на база на нейното основно уравнение. То се извежда от уравненията, описващи работата на отделните й елементи, и е от вида:

(1) $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \mu)$,

където $\vec{x} = \{x_1, ..., x_n\}$ е множество на променливите, описващи състоянието на динамичната система; $F = \{F_1, ..., F_n\}$ са функционални зависимости, μ е съвкупност от управляващи параметри.

Важна характеристика на динамичната система е нейната устойчивост – способността й да се връща в изходно състояние, след прекратяване на външните въздействия [1, 2, 4]. Математически [6] устойчивостта на системата се свързва с определението за устойчивост на решението на диференциалното уравнение, което я описва. Най-пълно такова определение е дадено от Ляпунов [3]. Ако динамичната система е линейна, уравнение (1) също е линейно и определението на Ляпунов за устойчивост се свежда до отрицателност на реалните корени и на реалните части на комплексните корени на характеристичното уравнение на (1). Когато определянето на корените е по-трудно, се използват други критерии за устойчивост: аналитичен на Раус-Хурвиц и честотен на Найквист [5]. Последният се прилага при затворени системи с отрицателна обратна връзка. Съгласно този критерий затворената система е устойчива, ако ходографът на комплексната честотна характеристика на устойчивата отворена система не обхваща точката с координати $(-1, j0)$.

Когато динамичната система е нелинейна, уравнение (1) е нелинейно и изследването на решенията му за устойчивост става в зависимост от вида на състоянието, което характеризира даденото решение. Ако x^* е равновесно състояние, се съставя линеаризирана система уравнения в областта на равновесната точка от вида:

(2) $\dot{\boldsymbol{x}} = J\left(x^*\right)\boldsymbol{x}$,

където

(3) $J = \left[\dfrac{\partial F_i}{\partial x_j}\right]_{i,j=1...n}$

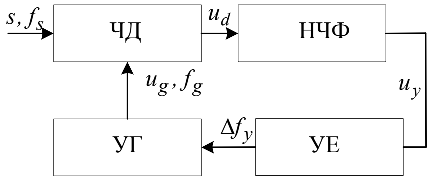
е Якобианът на системата.

Решението на (2) е комбинация от функции, зависещи от $exp\left(s_j t\right)$, където $\left\{s_j\right\}$ са собствените стойности на Якобиана и са корени на характеристичното уравнение, определено от характеристичната детерминанта на (2). Когато те са реални отрицателни, или комплексни, с отрицателна реална част, равновесното състояние x^* е устойчиво.

Устойчивото равновесие е важно условие за правилното функциониране на системите за автоматична донастройка на честотата (САДЧ). Тя представлява затворена автоматична система, в която е възможен процесът на самовъзбуждане. Тогава системата става неустойчива и се появява паразитна честотна модулация на сигнала [1] по отношение на изменението на честотата на сигналите на входа. Ето защо изследването на устойчивост на процесите в САДЧ е необходимо с оглед установяване на определени съотношения между параметрите на елементите на системата, гарантиращи правилното й функциониране.

2. ИЗСЛЕДВАНЕ НА УСТОЙЧИВОСТ НА САДЧ

Структурната схема на САДЧ [3] с честотно управление е дадена на фиг.1.



Фиг. 1. Структурна схема на САДЧ

За целите на анализа се използва уравнението, описващо процеса на регулиране на честотата [2]:

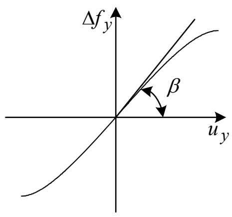
(4) $\Delta f = \Delta f_0 - \Delta f_y = \Delta f_0 - S_y K_\phi(p) F(\Delta f)$,

където Δf е разликата между честотата f_s на външния сигнал s и честотата f_g на напрежението на управляемия генератор (УГ) u_g; Δf_0 е началната стойност на Δf в момент $t=0$, когато веригата на управляващия елемент (УЕ) е отворена; Δf_y е корекцията на честотата под действие на УЕ; $S_y = td\beta$ е стръмност на характеристиката на УЕ (фиг.2); $K_\phi(p)$ е предавателната функция на нискочестотния филтър (НЧФ) в операторен вид; $F(.)$ е дискриминационна характеристика на честотния дискриминатор (ЧД).

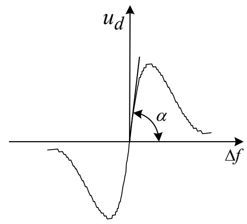
За анализ на процесите САДЧ може да се представи чрез два модела:

2.1. Линеен модел

При малки отклонения Δf и съответно малко управляващо напрежение u_y ЧД може да се представи като линеен елемент с коефициент $S_d = tg\alpha$ (фиг.3), определен от стръмността на характеристиката на изходното му напрежение $u_d(\Delta f)$.



Фиг. 2. Характеристика на УЕ

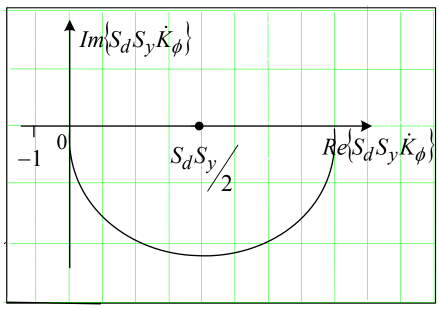


Фиг. 3. Характеристика на ЧД

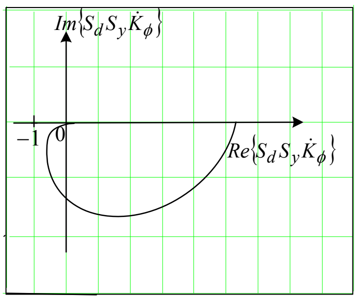
Тогава устойчивостта на САДЧ се анализира чрез критерия на Найквист.

Комплексната честотна характеристика на отворената система е:

(5) $$\dot{K}(j\omega) = S_d S_y \dot{K}_\phi(j\omega).$$



Фиг.4. Ходограф на честотната характеристика при НЧФ от първи ред



Фиг.5. Ходограф на честотната характеристика при НЧФ от втори ред

Ако филтърът е от първи ред с

(6) $$\dot{K}_\phi(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T},$$

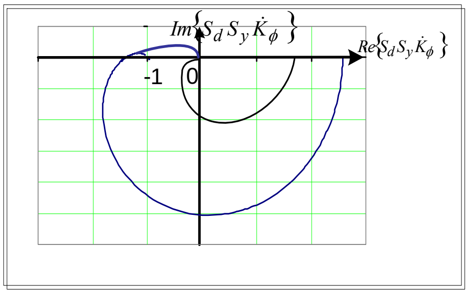
където T е времеконстанта на филтъра, то ходографът на (5) е полуокръжност (фиг.4) с радиус $\frac{S_d S_y}{2}$ и център в точка с координати $\left(\frac{S_d S_y}{2}, j0\right)$, като не обхваща точката $(-1, j0)$. Следователно системата е устойчива.

Ако филтърът е от втори ред, честотната характеристика на отворената система е от вида:

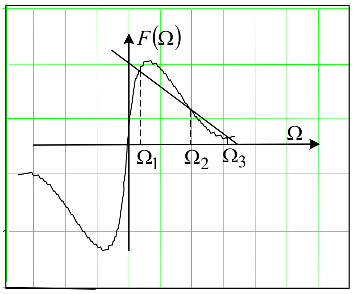
(7) $\dot{K}(j\omega)=\dfrac{S_d S_y}{(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)}$,

където T_1 и T_2 са времеконстанти на двете звена на филтъра.

Ходографът на (7) е показан на фиг.5. В този случай максималната фазова разлика става $-\pi$ при $\omega \to \infty$, т.е. $mod\{\dot{K}\} \to 0$, което означава, че системата остава устойчива. Когато филтърът е от трети ред, ходографът на честотната характеристика на отворената система зависи от големината на $S_d S_y$. При по-голяма стойност на $S_d S_y$ ходографът обхваща точка $(-1, j0)$ и системата става неустойчива (фиг.6). Това състояние отговаря на самовъзбуждане на САДЧ.



Фиг.6. Ходограф на честотната характеристика при НЧФ от трети ред



Фиг.7. Равновесни състояния при нелинеен модел на САДЧ

2.2. Нелинеен модел

При големи по стойност и бавни изменения Δf моделът на САДЧ е нелинеен. Ако филтърът е от първи ред, уравнение (4) може да се запише относно разликата

(8) $\Omega = \omega_s - \omega_g$ като:

(9) $\Omega + S_y F(\Omega)\dfrac{1}{1+Tp} = \Omega_0$, или

(10) $T\dfrac{d\Omega}{dt} + \Omega + S_y F(\Omega) = \Omega_0$.

Решението на (10) може лесно да се намери по графичен начин. Това са точки Ω_1, Ω_2, Ω_3, получени от пресичането на крива $F(\Omega)$ с права с наклон $-\,{}^{1}\!/_{S_y}$ (фиг.7).

За изследване на устойчивостта на получените решения се образува линеаризираното диференциално уравнение в областите на равновесните точки:

(11) $T\dfrac{dx}{dt} + (S_y S_{d_i} + 1)x = 0$,

където $x = \Omega - \Omega_i$ и

(12) $S_{d_i} = \left.\dfrac{dF(\Omega)}{d\Omega}\right|_{\Omega=\Omega_i}$, $i = 1,2,3$.

Характеристичното уравнение на (11) :

(13) $T\rho + S_y S_{d_i} + 1 = 0$

има отрицателни корени за точка Ω_1 (т.к. $S_{d_1} > 0$) и за точка Ω_3, където $S_{d_3} < 0$. Тъй като $\left|S_{d_3}\right| < \dfrac{1}{S_y}$, те са устойчиви равновесни състояния.

В точка Ω_2 $S_{d_2} < 0$, но $\left|S_{d_2}\right| > \frac{1}{S_y}$ и тя е неустойчива.

Ако предавателната функция на филтъра е от втори ред и се въведе безразмерната величина

(14) $$\tau = \frac{t}{\sqrt{T_1 T_2}} \quad ,$$

операторната форма на уравнение (4) може да представи като две диференциални уравнения от първи ред от вида:

(15) $$\left|\begin{aligned} &\frac{1}{S_y}\frac{d\Omega}{d\tau} = x \\ &\frac{dx}{d\tau} = \frac{\Omega_0}{S_y} - F(\Omega) - \left[\frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2}} + F'(\Omega)\right]x \end{aligned}\right. .$$

Въз основа на казаното в т.1, равновесните състояния на системата ще се определят от решенията на (15) с нулеви леви части, т.е.

(16) $$\left|\begin{aligned} &x = 0 \\ &\frac{\Omega_0}{S_y} - F(\Omega) = 0 \end{aligned}\right. ,$$

като дискриминационната характеристика в (16) се дава с функцията [3]:

(17) $$F(\Omega) = \frac{2\alpha\Omega}{1 + \alpha^2\Omega^2} \quad ,$$

където α характеризира стръмността й (фиг.3).

Решенията на (16) отново могат да се определят по графичен път. Това са точки Ω_1^*, Ω_2^*, Ω_3^*, чийто координати се определят от пресичането на крива на крива $F(\Omega)$ с права $z = \frac{\Omega_0}{S_y}$ и зависят от параметри α и S_y. За тях може да се каже, че $0 \le \Omega_1^* < \Omega'$, $\Omega' < \Omega_2^* < \Omega''$ и $\Omega_3^* > \Omega''$, където

(18) $$\Omega', \Omega'' = \sqrt{\alpha - 1 \mp \frac{\sqrt{\alpha(\alpha - 4)}}{\alpha}}$$

са корени на уравнението $F'(\Omega) = 0$.

Характеристичното уравнение на (15) е:

(19) $$\rho^2 + \left[\frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2}} + F'(\Omega_i)\right]\rho + F'(\Omega_i) = 0, \; i = 1,2,3 .$$

Анализът на корените на (19) показва, че равновесни точки Ω_1^* и Ω_3^* са устойчиви съответно при $\frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2}} + F'(\Omega_1) > 0$ и $\frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2}} + F'(\Omega_3) > 0$, докато точка Ω_2^* е неустойчива, тъй като $F'(\Omega_2) < 0$.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ИЗВОДИ

В настоящата работа са изследвани равновесните състояния на САДЧ с честотно управление. В зависимост от условията на работа на системата са използвани два модела. При малки отклонения САДЧ може да се представи с линеен модел, чрез който е установено, че при САДЧ от трети ред се появява неустойчиво равновесие.

Като се вземе предвид, че честотният дискриминатор е нелинеен безинерционен елемент, е анализиран нелинейния модел на системата. Когато САДЧ е от първи ред е приложен първият метод на Ляпунов – методът на линеаризацията и е доказано, че едно от равновесните състояния е неустойчиво. Изследването на САДЧ от втори ред дава определени съотношения между параметрите на филтъра и началната разлика в честотите на еталонния и генерирания сигнал, при които равновесните състояния са устойчиви.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Walczak J. Kieltyka G. Stability analysis of nonlinear second order phase-locked loop. Poznan. 2007. p.22-34

[2] Kudrewicz J. Dynamic of the phase loop. Warszawa.1991.

[3] Yousif S. M., Liapunov stability of nonlinear phase-locked loop," in IEEE 1979 Region VI Conference Record. April 1979

[4] Пономаренко В.П. Динамика систем с частотно-фазовым управлением. ННГУ. 2005.

[5] Первачев С.В. Радиоавтоматика: Учебник для вузов. М. Радио и связь. 2002.

[6] Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М Стереотип.2008.

RESEARCH ON STABILITY ON THE PROCESSES IN A FREQUENCY LOCKED LOOP

Galina Cherneva
cherneva@vtu.bg

Todor Kableshkov University of Transport,
158 Geo Milev Street, Sofia 1574,
BULGARIA

***Key words**: frequency locked loop,stability*

***Abstract:** The frequency locked loop are difficult dynamic system, in base on which to create a wide range of devices for processing signals. Its considered from the position of the nonlinear dynamics, they are nonlinear autofluctuation systems, in which are implemented regular and irregular processes.*

In the research on the processes in a dynamic system are looked for are analyze its equilibrium conditions. These are the specific points on the multitude by variables of the status of the system in the phase space, defined by their coordinates.

An equilibrium point to be "attracting" border multitude of the integrated curves of the dynamic system, it must be stability. Various methods are known for the analysis of the stability of non-linear systems. The method of Lyapunov is one of the most efficient ways for such an analysis.

In this paper are research for sustainability of equilibrium states of system for automatic frequency with frequency control. This is based on linear and non-linear model depending on the operating conditions for a system of first and second order, using the first and second method of Lyapunov.