**Механика
Транспорт
Комуникации**

Научно списание

ISSN 1312-3823

брой 3, 2008 г.

статия № 0267

http://www.mtc-aj.com

МОДЕЛИРАНЕ И ИЗСЛЕДВАНЕ НА МНОГОКРАТНО РЕЗЕРВИРАНИ ОТКАЗОУСТОЙЧИВИ СИСТЕМИ

Мария ХРИСТОВА, Захари БАРБОВ
mhristova@vtu.bg, zax82@abv.bg

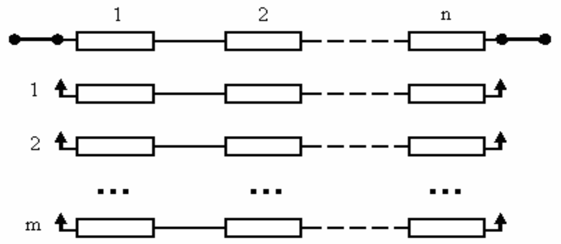
гл.ас.д-р Мария Христова, Висше транспортно училище «Т.Каблешков», ул. «Гео Милев» 158 гр. София
Захари Барбов, тест инженер, DELTATEL, София ул. Арарат 22
БЪЛГАРИЯ

Резюме: *Предмет на аналитично изследване в тази статия са показателите за надеждност на системи с многократно горещо и студено резервиране. Изведени са формули за показателите за надеждност и са проведени изследвания в практически интересни диапазони от първичните параметри на надеждността на информационни системи.*

Ключови думи: *надеждност, резервиране, излишък, показатели за надеждност, невъзстановими системи*

1. ПОСТАНОВКА НА ПРОБЛЕМА

Както е известно [1], последователна по надеждност е структура, която е работоспособна тогава и само тогава, когато всички елементи, от които е изградена са работоспособни. Тя отказва, ако откаже макар и един неин елемент. Всяка структура без излишък е последователна, защото, щом не е излишен, всеки неин елемент има своите функции в системната цялост и е необходима част от нея. Откаже ли, отказва системата. Ако такава структура се замести след отказ със същата, но работоспособна система, се говори за **общо (системно) резервиране** (фиг.1), което може да бъде с горещ или студен резерв.



Фиг.1 Структура със системно резервиране

Предмет на аналитично изследване по-долу са показателите за надеждност на многократно резервирани системи от този вид. Формули за вероятностите за безотказна работа са изведени в [1, 2, 3].

Настоящата публикация е продължение на тези и други известни резултати. Тук са моделирани показатели като честотата и интензивността на отказите, математическо очакване на отказ и др. Направени са изчисления, на базата на които са проведени изследвания и са обобщени заключения за ефективността на различни типове структурно резервиране.

2. РЕЗЕРВИРАНЕ ЧРЕЗ ЗАМЕСТВАНЕ

2.1. Моделиране на показателите за надеждност при «горещо» резервиране

В [2] е изведена формула за надеждността на система с общо горещо резервиране при еднакви по надеждност съставни елементи ij ($i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$) и експоненциално разпределение на отработката до отказ ($\lambda = const.$). Вероятността за безотказна работа на системата е:

(1) $$P_S(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^i,$$

където интензивността на отказите на елементите е $\lambda = const.$, а интензивността на отказите на последователната подсистема е $\lambda_o = n\lambda$. В общия случай при различни съставни елементи:

(2) $$\lambda_0 = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j .$$

За да се намери честотата на отказите $f_s(t)$ на цялата система с общо резервиране се използва установената в [1, 3] аналитична зависимост, че плътността на разпределение на отработката до отказ е първа производна на функцията на надеждност: $f(t) = -P'(t)$. Като се използва (1) се намира:

$$f_s(t) = \frac{d}{dt}\left[-e^{-\lambda_o t} \sum_{i-0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_o t}\right)^i \right] =$$

$$-\left[(-\lambda_0) e^{-\lambda_0 t} . \sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^i + e^{-\lambda_0 t} . \lambda_0 . e^{-\lambda_0 t} . \sum_{i=0}^{m} i . \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{i-1} \right]$$

(3) $$f_s(t) = \lambda_0 . e^{-\lambda_0 t} . \left[\sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^i + e^{-\lambda_0 t} . \sum_{i=0}^{m} i . \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{i-1} \right]$$

По известната формула $f(t) = \lambda(t).P(t)$ за интензивността λ_s (t) на отказите може да бъде определена зависимостта:

(4) $$\lambda_S(t) = \frac{f_s(t)}{P_S(t)} =$$

$$\frac{\lambda_o . e^{-\lambda_0 t} . \left[\sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^i + e^{-\lambda_0 t} . \sum_{i=0}^{m} i . \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{i-1} \right]}{e^{-\lambda_o t} \sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_o t}\right)^i}$$

$$= \lambda_o + \frac{\lambda_o . \left[e^{-\lambda_0 t} . \sum_{i=0}^{m} i . \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{i-1} \right]}{\sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_o t}\right)^i}$$

При извода на тази формула се има предвид, че:

(5) $$\sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^i = \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^0 + \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^1 + \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^2 + \ldots + \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m,$$

следователно:

(6)
$$\frac{d}{dt}\left[\sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^i \right] = 0.\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{-1} . \lambda_0 . e^{-\lambda_0 t} +$$
$$+ 1.\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^0 \lambda_0 . e^{-\lambda_0 t} + \ldots + m.\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m-1} . \lambda_0 . e^{-\lambda_0 t} =$$
$$= \lambda_0 . e^{-\lambda_0 t} . \sum_{i=0}^{m} i . \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{i-1} .$$

Средното време (математическото очакване) до отказ MTTF на системата от фиг. 1 се намира като определен интеграл от функцията на надеждност:

$$MTTF_S = \int_0^\infty P_S(t) dt = \int_0^\infty \left[e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^i \right] dt$$

$$= \frac{1}{(-\lambda_0)} \int_0^\infty \sum_{i=0}^{m} \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^i de^{-\lambda_0 t} =$$

$$= \frac{1}{(-\lambda_0)} \int_0^\infty \left[\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^0 + \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^1 + \ldots + \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m \right] de^{-\lambda_0 t} =$$

$$= \frac{1}{\lambda_0} \left[\left. \frac{\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^1}{1} \right|_0^\infty + \left. \frac{\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^2}{2} \right|_0^\infty + \ldots + \left. \frac{\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}}{m+1} \right|_0^\infty \right]$$

(7) $$MTTF_s = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{i+1} .$$

Показателите надеждност *плътност на разпределение* (честота) (3), *интензивност* (4) и *средно време до отказ* (7) са новите резултати, доказани тук.

2.2. Моделиране на показателите за надеждност при студено резервиране

Схемата тук е същата, с тази разлика, че резервите в този случай не работят заедно с основната схема, не се износват, а се пускат в действие само след като им дойде реда да толерират отказ. Отработката на ново включения в схемата последователен резерв започва да тече не от нулевия за системата момент (t= 0), а от момента на отказ на предшестващата отказала схема. Към момента на превключване резервът има нулева отработка. Следователно времето до отказ на системата е сума от времената до отказ на основната схема и нейните резерви:

(8) $$T_S = T_0 + T_1 + T_2 + \ldots + T_m .$$

Ако основната схема и всички нейни резерви са еднакви, какъвто е често случаят:

(9) $$MTTF_S = (m+1).MTTF .$$

При експоненциално разпределение и еднакви елементи във всяка от схемите (основната и резервните), за средната отработка до отказ на системата се получава:

(10) $$MTTF_S = (m+1).MTTF = (m+1).\frac{1}{\lambda_0} = (m+1).\frac{1}{n.\lambda}$$

За определяне на функцията на надеждността, специализираната литература предлага да се използва формулата на Пуасон [2]. На тази основа е изведена вероятността за отказ на система със студен резерв:

(11) $$P_S(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}.$$

Тук този резултат се използва, но анализът продължава с извеждане на формула за честотата на отказите при този вид резервиране:

(12) $$f_s(t) = P'(t) = (-\lambda_0).e^{-\lambda_0 t}.\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} + e^{-\lambda_0 t}.\lambda_0.\sum_{i=0}^{m-1}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}$$

За интензивността на отказите на системата се получава (вж. (4)):

(13) $$\lambda_S(t) = \frac{f_s(t)}{P_S(t)}$$

$$= -\frac{(-\lambda_0).e^{-\lambda_0 t}.\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} + e^{-\lambda_0 t}.\lambda_0.\sum_{i=0}^{m-1}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}{e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}$$

$$= \frac{\lambda_0.\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} - \lambda_0.\sum_{i=0}^{m-1}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}{\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}$$

При извеждането на тази формула се има предвид, че:

$$\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = \frac{(\lambda_0 t)^0}{0!} + \frac{(\lambda_0 t)^1}{1!} + \frac{(\lambda_0 t)^2}{2!} + \ldots + \frac{(\lambda_0 t)^m}{m!}$$

,

откъдето следва:

$$\left[\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}\right]' = \frac{1.\lambda_0^1.t^0}{1!} + \frac{2.\lambda_0^2.t^1}{2!} + \ldots + \frac{m.\lambda_0^m.t^{m-1}}{m!} =$$

$$= \frac{\lambda_0^1.t^0}{0!} + \frac{\lambda_0^2.t^1}{1!} + \ldots + \frac{\lambda_0^m.t^{m-1}}{(m-1)!} = \lambda_0.\sum_{i=0}^{m-1}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}$$

Окончателният резултат за интензивността на отказите при общо резервиране чрез заместване със студен резерв е:

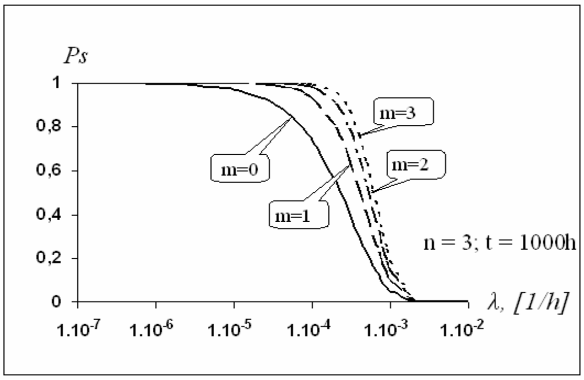
(14) $$\lambda_S(t) = \frac{\lambda_0.(\lambda_0 t)^m}{m!\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}.$$

2.3. Изследване на надеждността

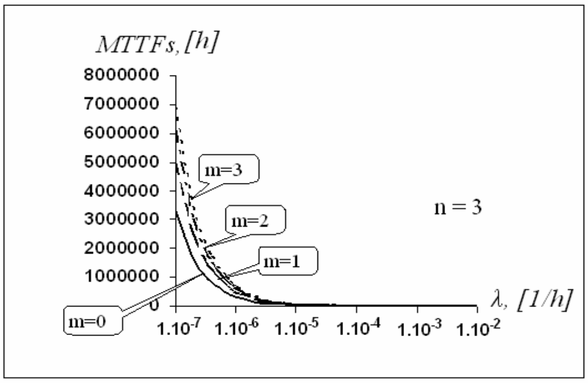
По-долу са представени резултати, получени при изследването на графичните зависимости на вероятността за безотказна работа, интензивността на отказите и средното време до отказ на системата, за случаите на горещо и студено резервиране.

2.3.1. Горещо резервиране

Изследвани са две основни схеми, състоящи се от $n = 3$ и $n = 5$ последователно свързани елемента, които са резервирани с $m = 0$, 1, 2 и 3 такива схеми, работещи в режим на горещ резерв. Изчисленията за P_S и $MTTF_S$ са направени по изведените формули (4) и (7) при изменение на интензивността λ на отказите на елементите (Фиг. 2 и Фиг. 3). Освен това, за зададена интензивност $\lambda = 0{,}0002$ [1/h] са изследвани надеждностните показатели в зависимост от дълбочината на резервирането, при различен брой елементи в нерезервираната схема – Фиг. 4 и Фиг. 5.



Фиг. 2 Функция на надеждност - горещ резерв



Фиг. 3 Средно време до отказ - горещ резерв

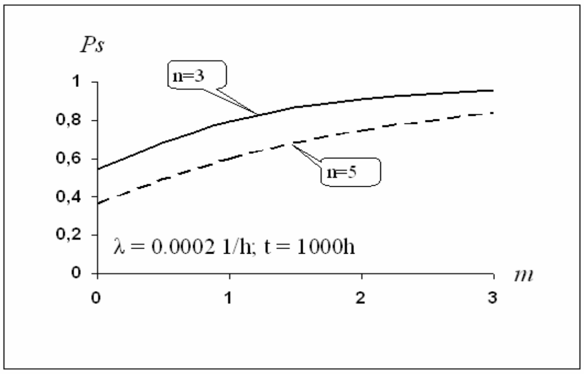
От изведените зависимости се вижда че:

1. С увеличаване на дълбочината m на резервирането функцията на надеждността на системата се запазва висока (близо до 1) дори при голяма интензивност λ на отказите на

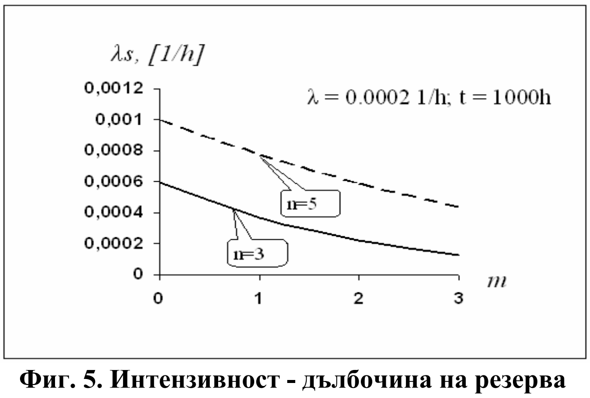
елементите (фиг.2). Колкото по-дълбок е резервът, при толкова по-ниска надеждност на елементите може да се поддържа висока безотказност на системата. Зависимостта не е линейна - всеки следващ «пласт» от резерва влияе по-слабо на системните показатели.

2. Значително по-силно изразено е влиянието на резервирането върху времевите показатели на системата (фиг.3). С увеличаване на дълбочината m на резерва средното ѝ време до отказ нараства в пъти, но този ефект се чувства най-силно при високонадеждни елементи. Когато тяхната интензивност на откази нараства, ефектът се намалява.

3. Нарастването на последователно свързаните елементи n (фиг. 4 и фиг.5) намалява надеждността на системата, но резервирането запазва своя положителен ефект почти пропорционално на дълбочината му.



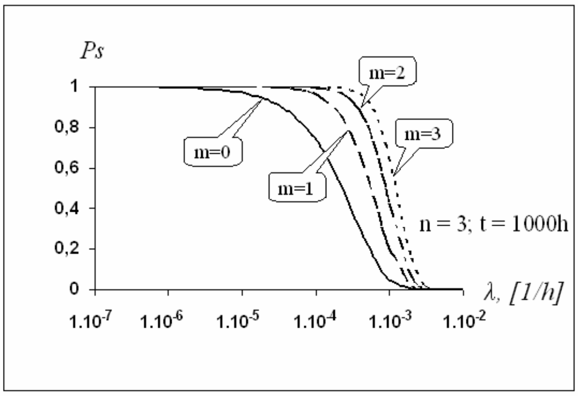
Фиг. 4. Функция на надеждност-дълбочина на резерва



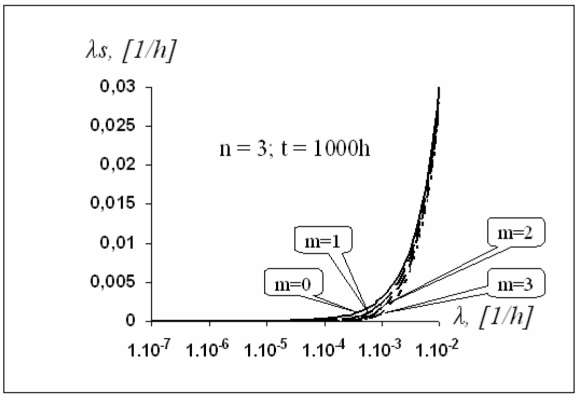
Фиг. 5. Интензивност - дълбочина на резерва

2.3.2. Студено резервиране

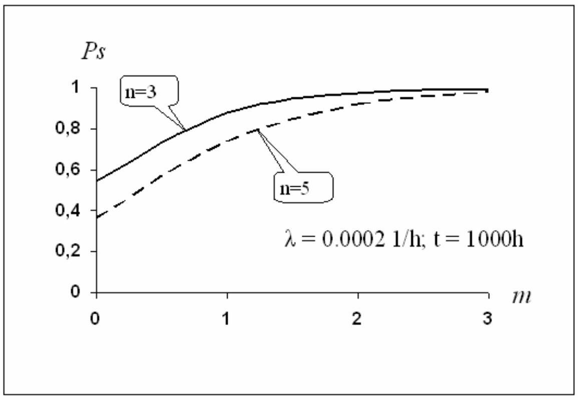
С помощта на формули (10) и (11) са получени графичните зависимости на фиг. 6 и фиг. 7 за вероятността за безотказна работа – P_S и интензивността на отказите на студено резервираната система при изменение на интензивността на отказите на съставните ѝ елементи. Изследвани са показателите на надеждност в зависимост от дълбочината на резервирането при различен брой елементи.



Фиг.6 Функция на надеждност - студен резерв



Фиг.7 Интензивност на откази - студен резерв

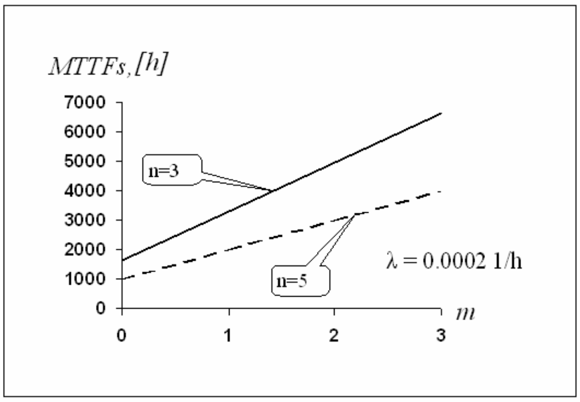


Фиг. 8 Функция на надеждност - дълбочина на резерва

На Фиг.10 и Фиг. 11 е направено сравнение между горещо и студено резервиране в зависимост от дълбочината на резерва m .

От направените изчисления и приведените графични резултати могат да се обобщят следните изводи:

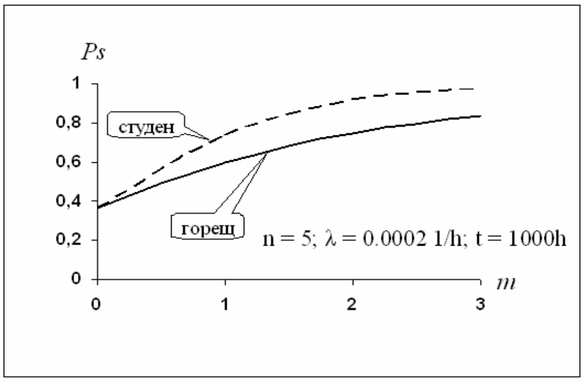
1. С намаление на надеждността на елементите и дълбочината на резервирането ефективността на резервирането намалява, макар че характеристиките на системата запазват своя характер.



Фиг. 9 Средно време до отказ - студен резерв

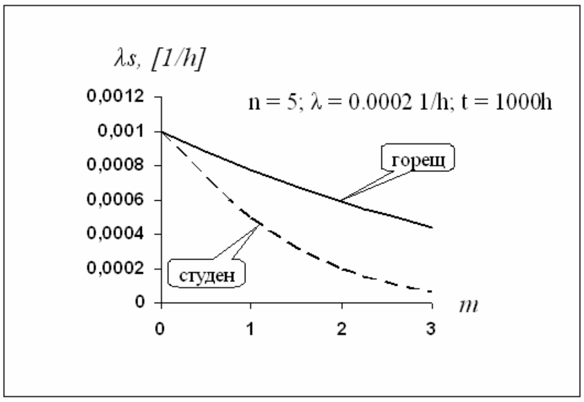
2. Средното време до отказ нараства нелинейно с дълбочината *m* на горещия резерв като всеки следващ «пласт» допринася все по-малко за „времето на живот” на системата.

3. Средното време до отказ при студеното резервиране нараства линейно с увеличаване на дълбочината на резервирането (фиг.9).



Фиг. 10 Сравнение по надеждност горещ - студен резерв

4. В сравнение с горещото, студеното резервиране става все по-ефективно с увеличаване на дълбочината на резервирането.



Фиг. 11 Сравнение по надеждност горещ - студен резерв

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Моделирана е надеждността и са изведени зависимости за показателите за надеждност на невъзстановими структури, системно резервирани с резерв с различна дълбочина.

2. Проведени са изследвания по изведените формули, които потвърждават тяхната адекватност и позволяват да се направят изводи за ефективността на резервирането.

3. Обобщени са изводи, произтичащи от проведеното изследване.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Христов Х. А., В. Г. Трифонов, *Надеждност и сигурност на комуникациите*, Нови знания, София, 2005.

[2] Сапожников В., В. Шаманов, Вл. Сапожников, *Надежность систем железнодорожной автоматики, телемеханики и связи*, Москва, 2003.

[3] Гиндев Е. Г., *Увод в теорията и практиката на надеждността*, Академично издателство “Марин Дринов”, София, 2000.

MODELLING AND STUDY OF MULTIPLE RESERVED FAILT TOLERANCE SYSTEMS

Mariya HRISTOVA, Zahary BARBOV

Mariya Hristova, Higher School of Transport T. Kableshkov, Geo Milev str.158, Sofia,
Zahary Barbov, DELTATEL, Sofia, Ararat str.22
BULGARIA

Abstract: *The paper presents an analytical analysis of the reliability indices of systems with multiple warm and cold reservation. The formulas of reliability indices have been worked out and examinations have been carried out within scopes of initial reliability parameters of information systems interesting for practice.*

Key words: *reliability, reservation, fault tolerance, redundancy, indices of reliability, non-repairable systems*