

---

**ВЛИЯНИЕ НА НАПРЕЧНИТЕ ГРЕДИ ВЪРХУ  
НАПРЕГНАТОТО И ДЕФОРМИРАНОТО СЪСТОЯНИЕ  
НА ПЛОЧОГРЕДОВИ КОНСТРУКЦИИ**

**Анастас Иванов**

*E-mail: [amehanika@yahoo.com](mailto:amehanika@yahoo.com)*

**Лилия Петрова**

*E-mail: [lbphr\\_sf\\_bg@yahoo.com](mailto:lbphr_sf_bg@yahoo.com)*

***Катедра "Механика", ВТУ "Тодор Каблешков"  
1574 София, ул. "Гео Милев" 158, България***

**Ключови думи:** моделиране, метод на крайните елементи, плочогредови конструкции, напречни и надлъжни греди, премествания, усилия, напрежения

**Резюме:** В работата се изследва влиянието на броя на напречните греди върху напрегнатото и деформирано състояние на плочогредови конструкции. Разглежда се едноотворна конструкция с еднакъв брой надлъжни и различен брой напречни греди от действието на постоянни и подвижни товари. Моделирането и автоматизираното решение е извършено по МКЕ. Определени са всички премествания, усилия и напрежения в конструкцията. Направен е анализ на получените резултати, изводи и препоръки.

## **ВЪВЕДЕНИЕ**

Плочогредовата конструкция е типична форма на напречно сечение на редица съоръжения в транспортното, гражданското и промишленото строителство. Тези конструкции обикновено се изпълняват с две и повече напречни греди (диафрагми) - крайни напречни греди над опорите и вътрешни напречни греди в отворите.

Известно е, че крайните напречни греди укрепват пространствено връхната конструкция. Вътрешните напречни греди осигуряват добро напречно разпределение на натоварването [1], [2]. В случай на плочогреда без вътрешни напречни греди надлъжните греди, непосредствено под товарите, са по-силно натоварени в сравнение с останалите. При наличие на вътрешни напречни греди провисванията на отделните надлъжни греди приблизително се изравняват и усилията в най-тежко натоварените надлъжни греди са по-малки, отколкото, когато напречните греди липсват.

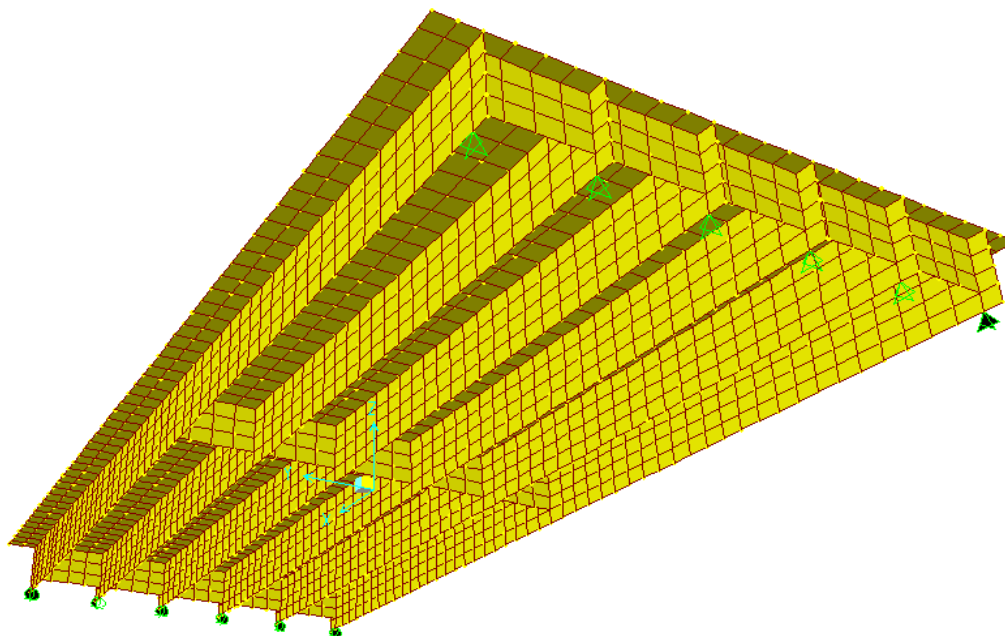
Статическото действие на напречните греди е проучвано от Улицкий [3], Leonhardt, Homberg, Колчаков и др.

## ЦЕЛ И СЪЩНОСТ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

Целта на настоящото изследване е, на основата на по-точно изчисляване по метода на крайните елементи (МКЕ), в сравнение с известните инженерни и класически методи, да се установи ефекта от наличието на различен брой напречни греди върху напрегнатото и деформирано състояние на една типична върхна мостова конструкция. За тази цел е моделирана едноотворна плочогредова стоманобетонна конструкция. Направени са три варианта на модела: първия (BR-2) – само с две крайни напречни греди; втория (BR-3) – с две напречни греди при опорите и една вътрешна напречна греда, разположена в средата на отвора; третия (BR-4) – с две крайни напречни греди и две вътрешни напречни греди, разположени в третините на отвора.

## МОДЕЛИРАНЕ НА КОНСТРУКЦИЯТА

Моделираната плочогредова стоманобетонна конструкция (Фиг.1) се състои от шест надлъжни греди GR1, GR2,...,GR6, разположени осово на 1,60 m и с подпорно разстояние 19,40 m. Размерите на надлъжните греди са: дължина 19,96 m, височина 1,10 m и ширина 0,32 m. Напречните греди са с размери: двете крайни – с ширина 0,25 m и височина 0,80 m; вътрешните – с ширина 0,25 m и височина 0,80 m. Стоманобетонната плоча е с дължина 19,96 m, ширина 9,26 m и дебелина 0,14 m. Бетонът е клас В 30.



Фиг. 1 Пространствен изглед на моделираната конструкция с три напречни греди

Автоматизираното изследване е извършено с програмата SAP 2000 Version 7.42. И при трите варианта на модела са използвани само прави черупкови елементи (Shell elements).

Първият вариант е моделиран чрез 2589 възела (Joints) и 2520 черупкови елемента, вторият - чрез 2634 възела и 2580 черупкови елемента, третият - чрез 2679 възела и 2640 черупкови елемента.

Решението на конструкцията е извършено за следните натоварвания:

- собствено тегло – G;
- натоварване от линеен вертикален равномерно разпределен товар  $q = 100 [kN/m]$ , разполаган последователно по оста на първа, втора и трета надлъжна греда – N1, N2 и N3 (подвижен товар).

За всяко състояние на натоварване са определени всички премествания, усилия и напрежения в конструкцията.

## ЧИСЛЕНИ РЕЗУЛТАТИ И АНАЛИЗ

От анализа на получените резултати могат да се направят следните изводи:

1. Огъващите моменти  $M_y [kN.m]$  (таблица 1) са сумирани в четири напречни сечения на конструкцията (крайно опорно сечение  $x_1 = -9,70 m$ ; четвъртина  $x_2 = -4,85 m$ ; третина  $x_3 = -3,23 m$ ; средно сечение  $x_4 = 0,00 m$  за шестте надлъжни греди,  $(i = 1, \dots, 6)$ , и за всички възли от това напречно сечение,  $(j = 1, \dots, n)$ , където  $n$  е броя на възлите в сечението

$$(1) \quad M_y(x = x_k) = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^n M_{yi}^{(j)}, \quad (k = 1, 2, 3, 4).$$

За трите варианта на модела, увеличаването на броя на напречните греди води до увеличаване на огъващите моменти  $M_y$  от собствено тегло. В останалите случаи на натоварване сумарните огъващи моменти  $M_y$  са равни и не зависят от броя на напречните греди.

GROUP JOINT FORCE SUMMATION  
GROUP LOAD M-Y [kN.m]

Table 1

MODEL	Load	(X=-9,70)	(X=-4,85)	(X=-3,23)	(X=0,00)
BR_2	G	-3,406	<b>3062,299</b>	<b>3630,022</b>	<b>4084,201</b>
	N1	-3,920	3524,455	4177,858	4700,580
	N2	-3,920	3524,458	4177,861	4700,584
	N3	-3,920	3524,455	4177,858	4700,580
BR_3	G	-3,406	<b>3166,675</b>	<b>3769,190</b>	<b>4292,952</b>
	N1	-3,920	3524,455	4177,858	4700,580
	N2	-3,920	3524,458	4177,861	4700,584
	N3	-3,920	3524,455	4177,858	4700,580
BR_4	G	-3,406	<b>3271,050</b>	<b>3908,358</b>	<b>4362,536</b>
	N1	-3,920	3524,455	4177,858	4700,580
	N2	-3,920	3524,458	4177,861	4700,584
	N3	-3,920	3524,455	4177,858	4700,580

2. Напречните сили  $Q_z [kN]$  (таблица 2) са сумирани в четири напречни сечения на конструкцията (крайно опорно сечение  $x_1 = -9,70 m$ ; четвъртина  $x_2 = -4,85 m$ ; третина  $x_3 = -3,23 m$ ; средно сечение  $x_4 = 0,00 m$  за шестте

надлъжни греди, ( $i=1,\dots,6$ ), и за всички възли от това напречно сечение, ( $j=1,\dots,n$ ), където  $n$  е броя на възлите в сечението

$$(2) \quad Q_z(x=x_k) = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^n Q_{zi}^{(j)} \quad (k=1, 2, 3, 4)$$

За трите варианта на модела, увеличаването на броя на напречните греди води до увеличаване на напречните сили  $Q_z$  от собствено тегло. В останалите случаи на натоварване сумарните напречни сили  $Q_z$  са равни и не зависят от броя на напречните греди.

GROUP JOINT FORCE SUMMATION  
GROUP LOAD F-Z [kN]

Table 2

MODE L	Load	(X=-9,70)	(X=-4,85)	(X=-3,23)	(X=0,00)
BR_2	G	<b>842,806</b>	<b>421,403</b>	<b>280,935</b>	0,000
	N1	949,792	464,792	303,125	-20,208
	N2	949,792	464,792	303,125	-20,208
	N3	949,792	464,792	303,125	-20,208
BR_3	G	<b>864,326</b>	<b>442,923</b>	<b>302,456</b>	-21,521
	N1	949,792	464,792	303,125	-20,208
	N2	949,792	464,792	303,125	-20,208
	N3	949,792	464,792	303,125	-20,208
BR_4	G	<b>885,847</b>	<b>464,444</b>	<b>280,935</b>	0,000
	N1	949,792	464,792	303,125	-20,208
	N2	949,792	464,792	303,125	-20,208
	N3	949,792	464,792	303,125	-20,208

3. Огъващите моменти  $M_y$  [kN.m] в надлъжните греди в сечение  $x=0,00$  m, при GR1 ( $y=-4,00$  m), GR2 ( $y=-2,40$  m) и GR3 ( $y=-0,80$  m), за отделните случаи на натоварване при различен брой напречни греди са дадени в таблица 3.

GROUP JOINT FORCES UMMATION  
GROUP LOAD M-Y [kN.m] (X=0,00)

Table 3

LOAD	BR 2			BR 3			BR 4		
	GR1	GR2	GR3	GR1	GR2	GR3	GR1	GR2	GR3
G	662,886	687,874	<b>691,340</b>	711,234	<b>719,633</b>	715,608	712,733	<b>734,761</b>	733,775
N1	<b>2250,538</b>	1411,838	748,319	<b>1763,787</b>	1629,968	1071,420	<b>2045,834</b>	1430,741	903,056
N2	1350,766	<b>1489,612</b>	1015,744	<b>1645,670</b>	859,865	1007,568	<b>1372,217</b>	1337,518	932,193
N3	710,329	1012,504	<b>1225,861</b>	<b>1077,781</b>	1015,388	494,359	872,089	935,937	<b>1024,831</b>

3.1. От собствено тегло (G) в сечение  $x=0,00$  m най-малки огъващи моменти  $M_y$  се получават за варианта с две крайни напречни греди (BR\_2),  $M_y = 691,340$  [kN.m]. По-големи огъващи моменти  $M_y$  се получават за варианта с три напречни греди (две крайни и една в средата - BR\_3),  $M_y = 719,633$  [kN.m]. Най-големи огъващи моменти  $M_y$  се получават за варианта с четири напречни греди (две крайни и две в третините BR\_4),  $M_y = 734,761$  [kN.m]. Относителното изменение на огъващия момент  $M_y$  от собствено тегло в сечение  $x=0,00$  m при

вариантите с три и четири напречни греди в сравнение с варианта с две напречни греди е съответно: за крайна надлъжна греда GR1 ( $y = -4,00 \text{ m}$ ) е + 7,29 % и + 7,52 % , за втора надлъжна греда GR2 ( $y = -2,40 \text{ m}$ ) е + 4,62 % и + 6,82 % и за трета надлъжна греда GR3 ( $y = -0,80 \text{ m}$ ) + 3,51 % и + 6,14 % .

**3.2.** От линеен вертикален равномерно разпределен товар  $q = 100 \text{ [kN/m]}$ , разполаган последователно над първа, втора и трета надлъжна греда (N1, N2 и N3), най-малък огъващ момент  $M_y$  в сечение  $x = 0,00 \text{ m}$  се получава за варианта BR\_3,  $M_y = 1763,787 \text{ [kN.m]}$ , по-голям – за варианта BR\_4,  $M_y = 2045,834 \text{ [kN.m]}$ , и най-голям – за варианта BR\_2,  $M_y = 2250,538 \text{ [kN.m]}$ . Относителното изменение на огъващия момент  $M_y$  при вариантите с три и четири напречни греди в сравнение с варианта с две напречни греди е съответно:

- при натоварване N1 за крайна надлъжна греда GR1 ( $y = -4,00 \text{ m}$ ) е – 21,63 % и – 9,10 %, за надлъжна греда GR2 ( $y = -2,40 \text{ m}$ ) е + 15,45 % и + 1,34 % и за надлъжна греда GR3 ( $y = -0,80 \text{ m}$ ) е + 43,18 % и + 20,68 %;

- при натоварване N2 за крайна надлъжна греда GR1 ( $y = -4,00 \text{ m}$ ) е + 21,83 % и + 1,59 %, за надлъжна греда GR2 ( $y = -2,40 \text{ m}$ ) е – 42,28 % и – 10,21 % и за надлъжна греда GR3 ( $y = -0,80 \text{ m}$ ) е – 0,80 % и – 8,22 %;

- при натоварване N3 за крайна надлъжна греда GR1 ( $y = -4,00 \text{ m}$ ) е + 51,73 % и + 22,77 %, за надлъжна греда GR2 ( $y = -2,40 \text{ m}$ ) е + 0,28 % и – 7,56 % и за надлъжна греда GR3 ( $y = -0,80 \text{ m}$ ) е – 59,67 % и – 16,40 % .

Относителното изменение на огъващия момент  $M_y$  в сечение  $x = 0,00 \text{ m}$  от подвижното натоварване (N1, N2 и N3) е най-благоприятно при модел BR\_3.

**4.** Напречните сили  $Q_z \text{ [kN]}$  в надлъжните греди в сечение  $x = -9,70 \text{ m}$ , при GR1 ( $y = -4,00 \text{ m}$ ), GR2 ( $y = -2,40 \text{ m}$ ) и GR3 ( $y = -0,80 \text{ m}$ ), за отделните състояния на натоварване при различен брой напречни греди са дадени в таблица 4.

GROUP JOINT FORCE SUMMATION  
GROUP LOAD F-Z [kN] (X=-9,70)

Table 4

LOAD	BR 2			BR 3			BR 4		
	GR1	GR2	GR3	GR1	GR2	GR3	GR1	GR2	GR3
G	139,111	140,344	<b>141,948</b>	<b>145,642</b>	143,352	143,169	<b>150,760</b>	146,581	145,583
N1	<b>749,632</b>	147,542	-16,281	<b>662,692</b>	177,246	58,685	<b>623,613</b>	197,382	86,073
N2	107,820	<b>609,962</b>	179,429	165,671	<b>525,541</b>	144,302	202,453	<b>462,142</b>	147,259
N3	-38,644	182,107	<b>614,709</b>	57,015	147,491	<b>509,445</b>	91,532	151,463	<b>439,024</b>

Направеният анализ на резултатите, отразени в таблица 4, показва, че най-ефективната конструкция за поемане на напречните сили  $Q_z$  е тази с четири напречни греди – вариант BR\_4.

**5.** Усукуващите моменти  $M_x \text{ [kN.m]}$  в надлъжните греди в сечение  $x = -9,70 \text{ m}$ , при GR1 ( $y = -4,00 \text{ m}$ ), GR2 ( $y = -2,40 \text{ m}$ ) и GR3 ( $y = -0,80 \text{ m}$ ), за отделните случаи на натоварване при различен брой напречни греди са дадени в таблица 5.

Относителното изменение на усукващия  $M_x$  [kN.m] в надлъжните греди в сечение  $x = -9,70$  m при вариантите с три и четири напречни греди в сравнение с варианта с две напречни греди е съответно:

- при натоварване N1 за GR2 ( $y = -2,40$  m) е  $-19,67\%$  и  $-23,97\%$  ;
- при натоварване N2 за GR3 ( $y = -0,80$  m) е  $-23,04\%$  и  $-33,24\%$  ;
- при натоварване N3 за GR2 ( $y = -2,40$  m) е  $-68,00\%$  и  $-93,92\%$  .

GROUP JOINT FORCE SUMMATION  
GROUP LOAD M-X [kN.m] (X=-9,70)

Table 5

LOAD	BR 2			BR 3			BR 4		
	GR1	GR2	GR3	GR1	GR2	GR3	GR1	GR2	GR3
G	<b>-6,993</b>	-1,716	-0,556	<b>-8,713</b>	-3,556	-1,326	<b>-9,643</b>	-4,517	-1,649
N1	-238,270	<b>-253,154</b>	-162,087	-193,475	<b>-203,349</b>	-153,106	-181,160	<b>-186,500</b>	-153,177
N2	22,362	-70,287	<b>-161,013</b>	-36,278	-81,645	<b>-123,920</b>	-60,640	-85,587	<b>-107,486</b>
N3	39,574	<b>87,352</b>	-16,594	-1,062	<b>27,957</b>	-22,627	-11,210	5,307	<b>-23,878</b>

Вътрешните напречни греди намаляват усукващите моменти в надлъжните греди. Намалението е по-силно изразено за вътрешните надлъжни греди и при модел BR\_4.

6. Увеличаването на броя на напречните греди води до увеличаване коравината на конструкцията. Вертикалните премествания в надлъжните греди намаляват с увеличаване броя на напречните греди и са дадени в таблица 6.

JOINT DISPLACEMENTS [m]  
SREDA X=0.00

Table 6

MODEL		GR1		GR2		GR3	
BR_2	LOAD	JOINT	U3	JOINT	U3	JOINT	U3
	G	3778	-0,0100	3963	-0,0101	4148	-0,0101
	N1	3778	-0,0335	3963	-0,0207	4148	-0,0114
	N2	3778	-0,0206	3963	-0,0215	4148	-0,0146
	N3	3778	-0,0114	3963	-0,0146	4148	-0,0175
BR_3	LOAD	JOINT	U3	JOINT	U3	JOINT	U3
	G	3778	-0,0105	3963	-0,0105	4148	-0,0104
	N1	3778	-0,0307	3963	-0,0217	4148	-0,0137
	N2	3778	-0,0218	3963	-0,0184	4148	-0,0139
	N3	3778	-0,0137	3963	-0,0139	4148	-0,0136
BR_4	LOAD	JOINT	U3	JOINT	U3	JOINT	U3
	G	3778	-0,0108	3963	-0,0107	4148	-0,0107
	N1	3778	-0,0301	3963	-0,0215	4148	-0,0139
	N2	3778	-0,0215	3963	-0,0183	4148	-0,0137
	N3	3778	-0,0139	3963	-0,0137	4148	-0,0135

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вътрешните напречни греди подобряват напречното разпределение на подвижните товари между надлъжните греди и увеличават коравината на конструкцията. Меродавни за оразмеряването на надлъжните греди са огъващите моменти  $M_y$ . Най-благоприятен сумарен ( $M_g + M_{N_i}$ ) ефект от действието на напречните греди има при модел BR\_3 – конструкция с една вътрешна напречна

греда в средата на отвора и две крайни напречни греди. Този модел се препоръчва като оптимално решение. Увеличаването на броя на вътрешните напречни греди има малък допълнителен ефект.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] ИВАНЧЕВ И.И., ТОПУРОВ К.Х., Стоманобетонни мостове, “ABC Техника”, София, 2002 г., 373 с.
- [2] ЛАЛОВ И.Х., ХРИСТОВ Х.Т., Стоманобетонни мостове, ВВТУ “Тодор Каблешков”, София, 1999 г., 603.
- [3] УЛИЦКИЙ Б.Е., Пространственные расчеты балочных мостов, Автотрансиздат, Москва, 1962 г.

## INFLUENCE OF THE CROSS BEAMS ON THE STRAINED AND DEFORMED CONDITION OF THE PLATE-BEAMS CONSTRUCTIONS

Anastas Ivanov, Liliya Petrova

*Department "Mechanics", Higher School of Transport "Todor Kableshkov"  
1574 Sofia, str. "Geo Milev" 158, Bulgaria*

**Keywords:** *modeling, finite element method, plate-beams constructions, cross and longitudinal beams, displacements, forces, stresses*

**Summary:** *The influence of number of cross beams on the strained and deformed states of plate-beams constructions in this work is studied. One-field construction with equal number of longitudinal and different number of cross beams under acting of constant and mobile loads is viewed. The modeling and automatically solution with finite element method is done. All displacements, forces and stresses in the construction are determined. Analyses of the received results, conclusions and recommendations are done.*