Механика Транспорт Комуникации

Научно списание

ISSN 1312-3823

брой 3, 2007 г.

статия № 0181

http://www.mtc-aj.com

СЪВРЕМЕННИ МЕТОДИ ЗА СПЕКТРАЛЕН АНАЛИЗ НА НЕЕДНОРОДНИ ПРОЦЕСИ

Галина ЧЕРНЕВА, Антонио АНДОНОВ
cherneva@vtu.bg, andonov@vtu.bg

Галина Чернева, гл.ас. , Антонио Андонов, доц. д-р, ВТУ "Т.Каблешков", "Гео Милев"158, София,
БЪЛГАРИЯ

Резюме: *В предложената статия са разгледани съвременните направления за спектрален анализ на нестационарни и нееднородни процеси, описвани чрез негладки функции на времето. На база на разгледан пример е направено сравнение и са анализирани предимствата на wavelet преобразуването в сравнение с традиционно използваните методи за спектрален анализ.*

Ключови думи: *спектрален анализ, нестационарни сигнали, wavelet функции, wavelet преобразуване.*

1.ВЪВЕДЕНИЕ

Спектралното представяне на сигналите е в основата на анализа и проектирането на системите за връзка. Както е известно [1], то се базира на разлагането на сигнала върху координатен базис ортогонални функции. При спектралния анализ и обработката на сигнали основно се използват два вида ортонормирани функции: хармонични и функции на Уолш. Известни са и други ортогонални системи от функции [1]: полиномите на Ермит, Лежандер, Чебишев, функциите на Бесел, които се използват в някои случаи за разлагане на сложни сигнали.

Традиционен подход за спектрално изследване на сигнали е преобразуването на Фурие, при което в качеството на базисни функции се използват комплексните експоненциални функции $e^{j\omega t}$. Но това преобразуване е удобно главно за изследване на стационарни процеси, тъй като дава глобална представа за честотния спектър на изследвания сигнал, без възможност за анализ на честотната характеристика в конкретен момент от времето. При анализ и обработка на нестационарни във времето или нееднородни в пространството сигнали, освен общата честотна характеристика на сигнала, са необходими и сведения за определени локални координати, в които произтичат изменения на честотните съставящи на сигнала. Това частично може да се постигне като се приложи преобразуването на Фурие в определени времеви прозорeци [1], в които сигналът се приема за стационарен. В резултат се получава семейство от спектри, което дава представа за изменението на честотната характеристика на сигнала в разглеждания интервал от време.

Като алтернатива на преобразуването на Фурие за анализ на нестационарни процеси е един сравнително нов метод за спектрален анализ – wavelet преобразуване на сигнала. Целта на настоящата работа е въз основа на характерните особености на wavelet функциите и на база на сравнението с преобразуването на Фурие, да се покажат и анализират предимствата на този метод при спектрален анализ на нееднородни процеси.

2. СЪЩНОСТ И ОСОБЕНОСТИ WAVELET ПРЕОБРАЗУВАНЕТО

Wavelet преобразуването се базира на разлагане на сигнала в ортогонална система базисни функции $\psi(t)$, чиято характерна особеност е, че са локализирани едновременно в честотната и във времевата област [4]:

$$\left|\psi(t)\right| \le C\left(1+|t|\right)^{-1-\varepsilon}$$

$$S_{\psi}(\omega) \le C\left(1+|\omega|\right)^{-1-\varepsilon}, \ C=\text{const}, \ \varepsilon>0 \quad . \quad (1)$$

Условие (1) определя най-съществената разлика на wavelet анализа от преобразуването на Фурие: то дава възможност за двумерно разлагане на сигнала - по честота и по време. В този смисъл може да се приеме, че wavelet функциите заемат междинно положение между хармоничните базисни функции, определени в честотната област, и импулсните базисни функции, локализирани във времевата област. Тъй като дължината на една функция във времето и нейният честотен спектър винаги са свързани с принципа на неопределеността, следва, че wavelet-анализът използва семейство функции, реализиращи различна степен на неопределеност.

Базисната система wavelet функции се получава от една изходна функция-прототип. Известни [3, 4] са много функции-прототипи: функции на Хаар, на Гаус, на Морле, на Паул и др. Изборът на изходната функция зависи от характера на конкретната задача и от анализирания сигнал. Но всички функции-прототипи отговарят на следните условия [4]:

- ограниченост:

$$\|\psi\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 \, dt < \infty \, ; \qquad (2)$$

сходимост:

$$\lim_{t\to\infty} \psi(t) = 0 \, ; \qquad (3)$$

нулева средна стойност:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \, , \qquad (4)$$

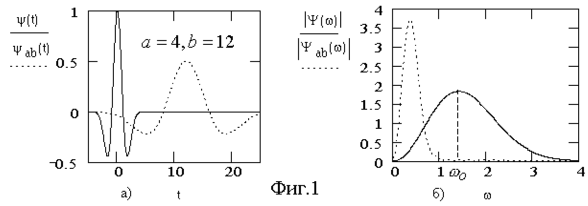
т.е. графиката на изходната wavelet функция осцилира около нулата на времевата ос, както се вижда на фиг.1, а;

- самоподобие на функцията при различни мащаби и премествания по времевата ос. Това свойство е в основата на конструирането на базисната система wavelet функции: чрез операциите преместване във времето (параметър b) и свиване или разтягане на изходната функция $\psi(t)$ (параметър a):

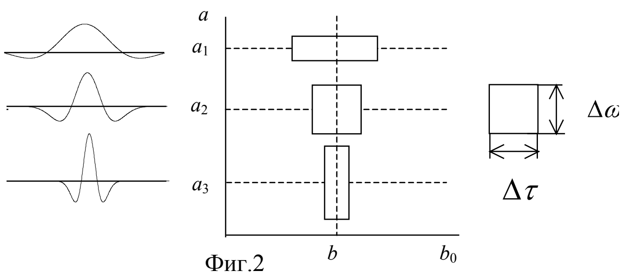
$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \qquad (5)$$

Множителят $1/\sqrt{a}$ осигурява независимост на нормата на тези функции от мащабния параметър.

На фиг.1, а е показана $\psi_{ab}(t)$, образувана от функция-прототип на Гаус от втори ред, известна като MHAT, при а=4 и b=12. При b>0 функцията се премества напред по времевата ос. Стойностите на a>1 съответстват на увеличаване на мащаба във времето (разтягане на изходната функция), или свиване на нейния спектър (фиг.1,б). С увеличаване на параметъра a максимумът на спектъра ω_0 и ширината му $\Delta\omega$ намаляват, но произведението $\Delta\omega\Delta\tau$=const, фиг.2.



Фиг.1



Фиг.2

Когато функциите $\psi_{ab}(t)$ са отортогонални и изходната функция има единична норма, те образуват ортонормирано функционално пространство $L^2(R), R(-\infty,\infty)$.

Тогава произволна функция $s(t) \in L^2(R)$, може да се представи във вида:

$$s(t) = \sum_{a,b=-\infty}^{\infty} C_{ab} \psi_{ab}(t) \ , \qquad (6)$$

където коефициентите C_{ab} се определят аналогично на тези от реда на Фурие:

$$C_{ab} = \langle s(t), \psi_{ab}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \, .$$

(7)

Както следва от зависимости (7), wavelet спектърът, за разлика от спектралното представяне на Фурие, е двумерен и образува двумерна повърхност на променливите a и b в пространство $L^2(R)$.

3. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА WAVELET СПЕКТЪР НА ЕДИНИЧЕН ПРАВОЪГЪЛЕН ИМПУЛС

Анализираният сигнал, показан на фиг.3,а, е :

$$s(t) = \begin{cases} U = 5V \quad \text{за } 20\text{ms} \le \text{t} \le 80\text{ms}; \\ 0 \quad \text{за } \forall \text{t} \notin [20,80]ms \end{cases} \qquad (8)$$

Wavelet спектърът е получен в Mathcad [2].

Въз основа на функция-прототип на Гаус от втори ред, с аналитичен израз [4]:

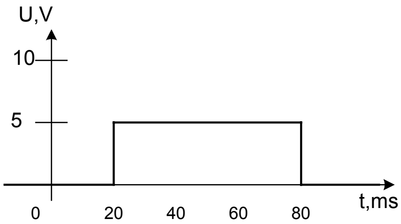
$$\psi(t) = \left(1 - t^2\right) e^{-t^2/2} \qquad (9)$$

е образувана базисна система wavelet функции:

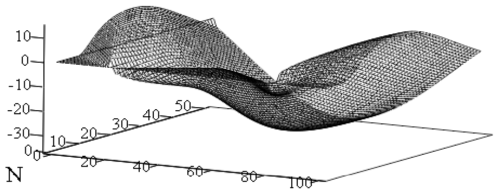
$$\psi_{ab}(a,b,t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad . \qquad (10)$$

Зададени са интервали на изменение на a и b и въз основа на (7) е определен wavelet спектър:

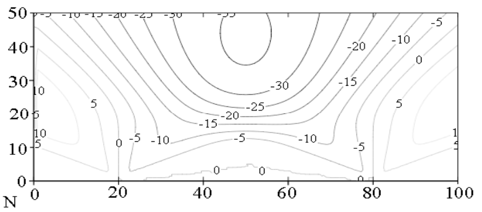
$$S(a,b) = \int_{-N}^{N} \psi_{ab} s(t) dt \quad . \qquad (11)$$



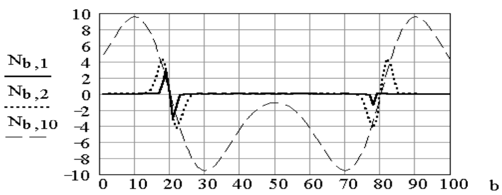
а)



б)



в)



г)

Фиг.3

Той се получава във вид на повърхнина в тримерното пространство, фиг.3,б. Тази повърхнита може да се проектира върху равнината ab , при което се получават изолинии (изонива), фиг.3,б, чрез които може да се проследи изменението на амплитудата и нейните локални екстремуми (т. нар. "скелетна" структура на анализирания процес).

Вертикалното сечение (сечение по b) на wavelet спектъра показва компонентния състав на сигнала за дадения мащаб във времето. Доколкото wavelet спектърът има смисъл на скаларно произведение на сигнала и wavelet функцията, то това сечение илюстрира корелацията между тази стойност на b и поведението на сигнала в околността на тази точка.

Хоризонталното сечение, фиг.3,г, (сечение по a) на wavelet спектъра показва честотния състав на сигнала. При малка стойност на a то дава информация за ВЧ съставящи на сигнала. С увеличаване на a спектърът на $\psi_{ab}(t)$ се свива и хоризонталното сечение илюстрира НЧ компоненти на сигнала.

Както се вижда от получените графики на фиг.3, wavelet спектърът добре предава особеностите на изследвания сигнал – неговото скокообразно изменение при b=20 и b =80.

4. ИЗВОДИ

Въз основа на разгледаните особености на wavelet анализа и приложението му при изследване на нееднородни процеси, може да се направят следните изводи за неговите предимства в сравнение с преобразуването на Фурие.

Преобразуването на Фурие не дава информация за динамиката на изменение на честотните характеристики във времето.Дори при анализ по метода на “прозореца”, тъй като се използва фиксиран времеви отрязък, получената информация не дава изчерпателни сведения за сигнала едновременно по време и честота. В това отношение wavelet анализът има съществени преимущества, които произтичат от самите свойства на wavelet функциите. Както бе показано на фиг.3, чрез подходящ избор на параметрите a и b на wavelet функцията могат да се отделят както ниско-, така и високо-честотните компоненти на сигнала и да се анализират локалните му особености. Тези качества на wavelet преобразуването определят неговото предимство при изследване на нестационарни и сложни сигнали.

Трябва да се посочи, че до настоящия момент създаването на пълна теория и строгото и понятно описание на съществуващата wavelet технология е нерешена в своята цялост задача. Но съвременните езици за програмиране вече позволяват да се изграждат завършени програмни модули с висока скорост на wavelet преобразуванията. Това предполага, че wavelet технологиите, поради своите уникални възможности, интензивно ще се развиват и ще проникнат и в учебните курсове на университетите, посветени на обработката на сигнали.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Андонов А. ,Г.Д.Ненов, Комуника-ционни вериги и сигнали, Учебник, ВТУ, 2006г.

[2] Дьяконов,В.П. Энциклопедия Mathcad 2001i и Mathcad 11. Солон-Пресс, 2004 .

[3] Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов. Учеб. пособие. – СПб.: Изд. «МОДУС», 1999.

[4] Чуи Т.К. Введение в вейвлеты. – М.: Мир, 2001.

ACTUAL METHODS FOR SPECTRAL ANALYSIS OF NON-HOMOGENEOUS PROCESSES

Galina Cherneva, Antonio Andonov

Todor Kableshkov Higher School of Transport, Sofia 1574,
BULGARIA

Abstract: *In this paper, some actual approaches for spectral analysis of non-steady state and non-homogeneous processes which are described by some smooth functions, are considered. The advantages of the wavelet transform are compared to the traditional used methods for spectral analysis. The comparison is based on one example in the paper.*

Keywords*: wavelet transform, approaches for spectral analysis.*