

ОРАЗМЕРЯВАНЕ НА ПРАВОЪГЪЛНИ СТОМАНОБЕТОННИ СЕЧЕНИЯ ПОДЛОЖЕНИ НА ОГЪВАНЕ С ПОМОЩТА НА MATHCAD

Любен Любенов
lyubo_el@abv.bg

*ВСУ “Любен Каравелов”, София ул. Суходолска 175.
БЪЛГАРИЯ*

***Ключови думи:** Еврокод, MathCAD, стоманобетон, правоъгълно сечение, огъване, системи за компютърна алгебра*

***Резюме:** Стоманобетонните елементи с правоъгълно или плочогредово напречно сечение подложени на действието на огъващ момент се срещат сравнително често в строителната практика. Обикновено размерите на бетонното сечението са зададени предварително, а се търси необходимата армировка. В настоящата работа се разглежда възможността за ползване на компютърните технологии и по конкретно на програмата MathCAD при оразмеряване на стоманобетонна правоъгълно сечение подложено на огъване по Еврокод 2. Изборът на MathCAD е продиктуван от интуитивния му интерфейс, както и нагледния начин на графично представяне на информацията. Като основно достоинство на един такъв подход може да се изтъкне това, че отпада необходимостта от ползване на таблици и графики за отчитане на междинни коефициенти. Също така цялата изчислителна работа на практика се извършва от системата за компютърна алгебра.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Оразмеряването на правоъгълни и плочогредови стоманобетонни сечения е често срещана проектантска задача. В настоящата публикация се обръща внимание на възможностите математически софтуер за решаване на чисто инженерни задачи, каквато е и посочената. За демонстриране на идеята е използван математическия пакет MathCAD. Със същият успех обаче може да се използва която и да е друга система за компютърна алгебра, както и Excel. Изборът на MathCAD като основен инструмент в настоящата работа се обуславя най-вече от много удобния му интерфейс, както и от добрите му графични възможности за представяне на резултатите.

В съществуващите към момента ръководства е масова практика да се използват помощни таблици и номограми при решаването на оразмерителни задачи. Автора смята, че такова виждане е малко остаряло и неадекватно на съвременното ниво на развитие на компютърната техника. С помощта на която и да е система за компютърна алгебра може да се реализира доста сложен изчислителен алгоритъм при това в чисто аналитичен вид без никакви помощни таблици. Настоящата разработка е демонстрация на един подход за използване на MathCAD при оразмеряването на правоъгълно сечение

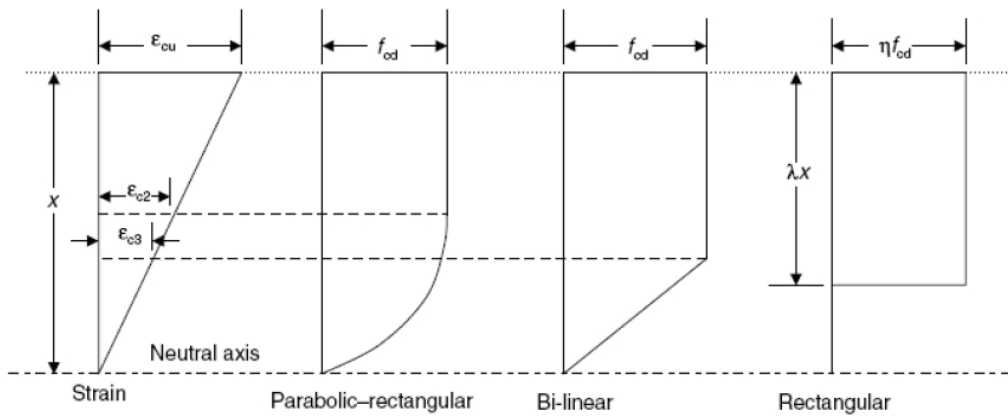
на огъване, но идеята може да се приложи върху произволна задача за оразмеряване и не само.

ТЕОРЕТИЧНА ПОСТАНОВКА

Разглежда се правоъгълно сечени подложено на действието на огъващ момент, армирано с единична и двойна армировка. Предмет на разглеждане са бетони с класове до С50/60, но метода лесно може да се адаптира и за по-високи класове. Ще припомним накратко основните предпоставки:

- ◆ В сила е хипотезата на Bernoulli;
- ◆ Сцеплението между бетона и армировката е без приплъзване;
- ◆ Работата на бетона в опънната зона се пренебрегва;
- ◆ Използват се идеализирана работна диаграма на бетона и армировката.

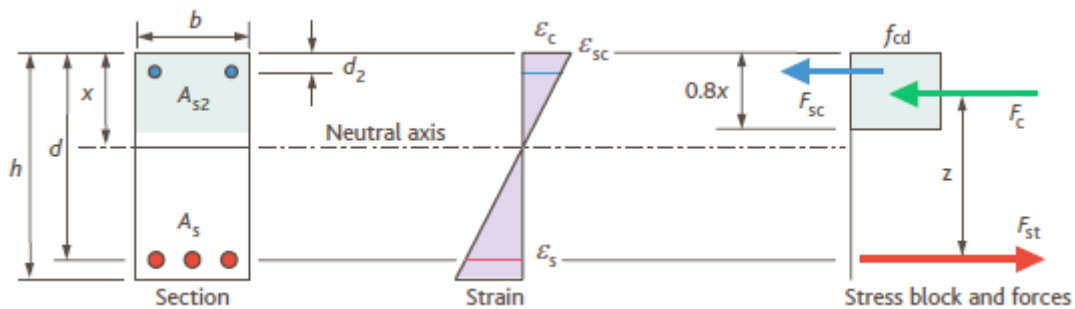
Еврокод допуска използването на три вида работни диаграми за бетона (фиг.1). Заради опростяване на изчислителната процедура обикновено се използва последната – правоъгълна диаграма.



Фиг. 1 Работни диаграми на бетона

Коефициентите описващи идеализираната правоъгълна диаграма зависят от класа на бетона и се приемат по формули (1)-(4):

- (1) $\lambda = 0,8$, за $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$,
- (2) $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$, за $50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$,
- (3) $\eta = 1,0$, за $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$,
- (4) $\lambda = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200$, за $50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$.



Фиг. 2 Правоъгълно сечение с двойна армировка

На фиг. 2 е показано правоъгълно напречно сечение с двойна армировка и действащите върху него сили. Оразмерителните формули се получават от преработката на равновесните условия за даденото сечение. Така за натисковата зона се получава:

$$(5) \quad x = \frac{d}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Ed}}{bd^2\eta f_{cd}}} \right).$$

Както е добре известно сечението ще бъде конструирано с единична или двойна армировка в зависимост от така получената височина на натисковата зона (5). За целта се определя граничната височина на натисковата зона по формулата:

$$(6) \quad x_{lim} = \frac{|\varepsilon_{cu3}|}{|\varepsilon_{cu3}| + \varepsilon_{yd}} d.$$

Когато $x \leq x_{lim}$ имаме сечение с единична армировка. Понякога се предявяват по строги изисквания към x_{lim} с цел осигуряване на ротационния капацитет, а именно:

$$(7) \quad x_{lim} = 0,45d.$$

Формула (7) важи за клас на бетона по-малък или равен на C50/60. В настоящата работа се спираме именно на тези класове тъй като на практика те са масово използваните.

Алгоритъма за оразмеряване е представен като блок схема на фиг. 3. Всички означения са съобразени с Eurocode, както и с фигури 1 и 2. С A_s сме означили опънната армировка, а с A_{s2} тази в натискова зона. Реализирането на така представения алгоритъм в които и да е специализиран математически софтуер вече е елементарно. Като входни данни се задават:

- ◆ Максималният огъващ момент;
- ◆ Размерите на напречното сечение;
- ◆ Класът на бетона и армировъчната стомана.

Имайки класовете на бетона и армировката не представлява никаква трудност определянето на изчислителните им якости по формулите:

$$(8) \quad f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c},$$

$$(9) \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s},$$

където:

γ_c и γ_s са частните коефициенти на сигурност съответно на бетона и стоманата,
 α_{cc} е коефициент който отчита дълговременни ефекти върху якостта на натиск и неблагоприятни ефекти, породени от начина на прилагане на натоварването;
 f_{ck} и f_{yk} са съответно класа на бетона и армировката даден в МРа.

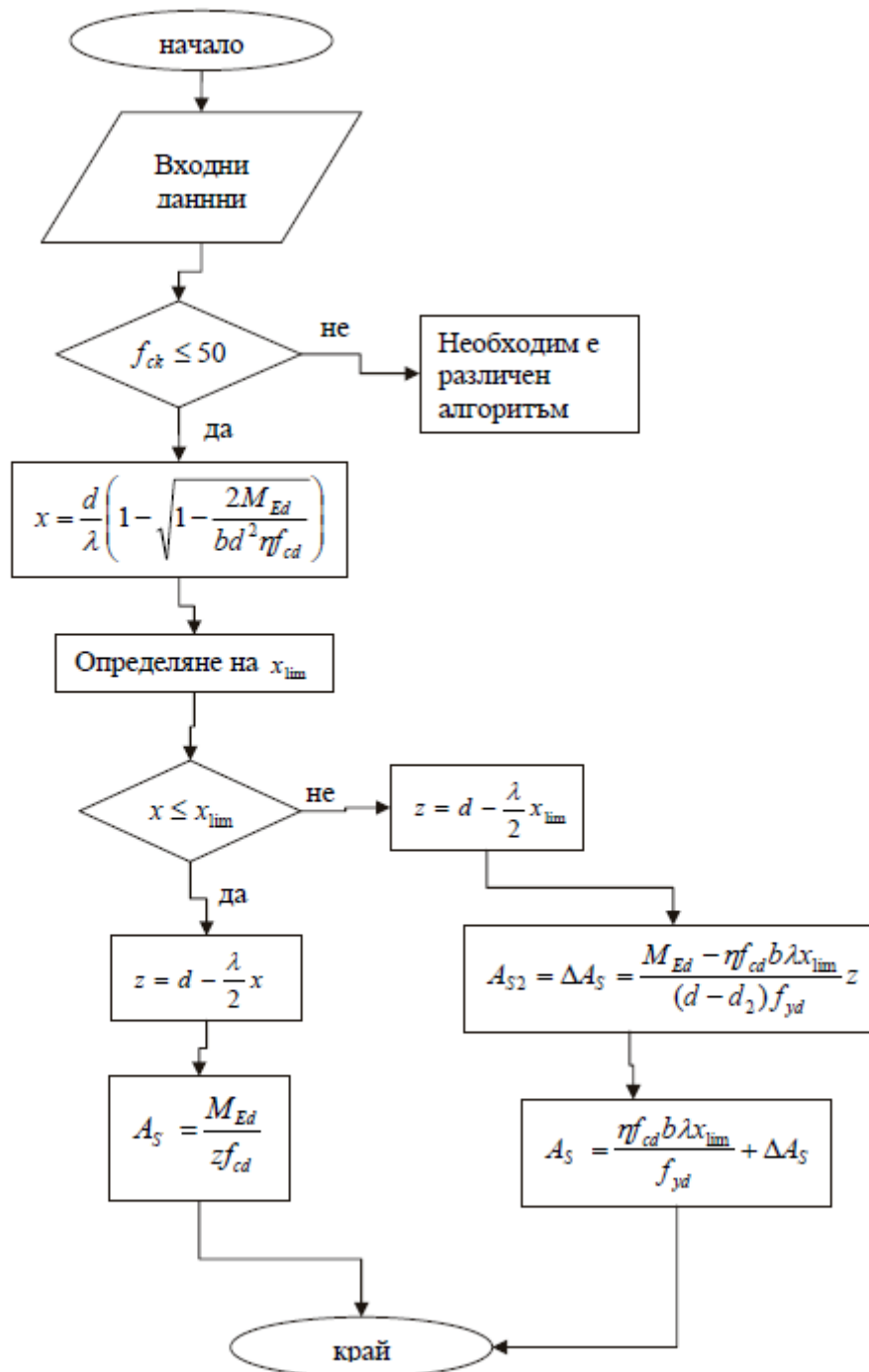
Според националното приложение α_{cc} следва да се приеме за 1. Коефициентите γ_c и γ_s са определени в точка 2.4.2.4 на Еврокод 2 и са, както следва: $\gamma_c = 1,5$ и $\gamma_s = 1,15$.

РЕАЛИЗАЦИЯ НА АЛГОРИТЪМА С MATHCAD

Реализацията в MathCAD ще демонстрираме с помощта на числен пример за двата случая на единична и двойна армировка.

Пример 1: Да се оразмери правоъгълното стоманобетонно сечение с размери 300/550 mm ($d = 500$ mm) за действието на огъващ момент равен на 85 kNm. Използваните материали са бетон C20/25 и стомана B500.

Пример 2: Да се оразмери правоъгълното стоманобетонно сечение с размери 300/500 mm ($d = 450$ mm) за действието на огъващ момент равен на 370 kNm. Използваните материали са бетон C20/25 и стомана B500.



Фиг. 3 Блок-схема

Непосредствената реализация на алгоритъма за Пример 1 е представена на фиг.4. За Пример 2 е представени само крайният резултат на фиг. 5. Резултатите са в квадратни милиметра. Входните данни са маркирани в жълто.

$M := 85$	$b := 300$	$h := 550$	$d := 500$
$\lambda := 0.8$	$\eta := 1$	$X_{lim} := 0.45 \cdot d$	$d2 := 50$
$f_{ck} := 20$	$f_{yk} := 500$		

$$X_{lim} = 225 \quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.5} \quad f_{cd} = 13.333$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} \quad f_{yd} = 434.783$$

$$x := \frac{d}{\lambda} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M \cdot 10^6}{b \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{cd}}} \right) \quad x = 55.598 \quad +$$

$$z := \begin{cases} d - \frac{\lambda}{2} \cdot x & \text{if } x \leq X_{lim} \\ d - \frac{\lambda}{2} \cdot X_{lim} & \text{otherwise} \end{cases} \quad z = 477.761$$

$$A_s := \begin{cases} \frac{M \cdot 10^6}{z \cdot f_{yd}} & \text{if } x \leq X_{lim} \\ \frac{\eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot X_{lim}}{f_{yd}} + A_{s2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad A_{s2} := \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq X_{lim} \\ \frac{M \cdot 10^6 - \eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot X_{lim} \cdot z}{(d - d2) \cdot f_{yd}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$A_s = 409.201$$

$$A_{s2} = 0$$

Фиг. 4 Реализация на алгоритъма в MathCAD

$$A_s := \begin{cases} \frac{M \cdot 10^6}{z \cdot f_{yd}} & \text{if } x \leq X_{lim} \\ \frac{\eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot X_{lim}}{f_{yd}} + A_{s2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad A_{s2} := \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq X_{lim} \\ \frac{M \cdot 10^6 - \eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot X_{lim} \cdot z}{(d - d2) \cdot f_{yd}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$A_s = 409.201$$

$$A_{s2} = 0$$

Фиг. 5 Резултати Пример 2 – двойна армировка

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложеният подход за оразмеряване на правоъгълни сечения подложени на огъване притежава следните предимства: реализира се много лесно в която и да е система за компютърна алгебра, отпада необходимостта от използване на справочни пособия за отчитане на междинни коефициенти при изчисленията. Използването на такъв подход в обучението би допринесло от една страна за по-задълбоченото разбиране на теорията, а от друга – би увеличило ефективността на изчислителния процес. И не на последно място води до намаляване на възможността за “случайни” грешки. Такъв начин на работа би бил от полза и на приктуващите проектантите.

Представената в настоящата публикация идея може да се разпростре върху много по-широк кръг от задачи без особенни затруднения.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Еврокод 2: Проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции. Част 1-1: Общи правила и правила за сгради., БИИС, София, 2010
- [2] Русев К. и др., Ръководство по стоманобетон Еврокод 2, Камара на инженерите в инвестиционното проектиране, София, 2011
- [3] Любенов Л, С. Якова, Използване на MathCAD за решаване на инженерни задачи, ВСУ'2008, София, 2008
- [4] Маров Е., Инженерные расчеты в MathCAD, 2005
- [5] A. J. Bond, How to Design Concrete Structures to Eurocode 2, The Concrete Center, 2006
- [6] B. Mosley, J. Bungey and R. Hulse, Reinforced Concrete Design to Eurocode 2, Palgrave Macmillian, New York, 2007
- [7] Manual for the Design of Concrete Building Structures to Eurocode 2, The Institution of Structural Engineers, United Kingdom, 2006
- [8] Worked Examples to Eurocode 2: Volume1, The Concrete Center, 2009
- [9] Eurocode 2 Worked Examples, European Concrete Platform ASBL, 2008
- [10] Eurocode 2 Commentary, European Concrete Platform ASBL, 2008
- [11] Nirmal Das, Teaching Reinforced Concrete Design with MathCAD Application, American Society for Engineering Education, 2008

DESIGN OF REINFORCED CONCRETE RECTANGULAR SECTIONS FOR FLEXURE WITH MATHCAD APPLICATION

Lyuben Lyubenov
lyubo_el@abv.bg

***VSU "Lyuben Karavelov", Suhodolska str. 175, Sofia
BULGARIA***

***Key words:** Eurocode, MathCAD, reinforced concrete, rectangular section, bending computer algebra system*

***Abstract:** The reinforced concrete elements with a rectangular cross section subjected to a bending moment occur relatively frequently in the building practice. Usually the sizes of the concrete section are set in advance and we need to find the reinforcement. This work considers the possibility for the use of computer technology and specifically the program MathCAD for design of reinforced concrete rectangular section subjected to bending moment according to Eurocode 2. The choice of MathCAD is dictated by its intuitive interface and visual way of presenting information. As a basic dignity of such an approach could be argued that there is no need of using tables and graphs for interim parameters. In this case entire computing work is carried out by the computer algebra system.*