Механика Транспорт Комуникации

Научно списание http://www.mtc-aj.com

ISSN 1312-3823 (print)
ISSN 2367-6620 (online)
том 13, брой 3/1, 2015 г.
статия № 1144

РАЗПРЕДЕЛЯНЕ НА ТРАФИКА ПО МАРШРУТИ В ТРАНСПОРТНА МРЕЖА С ТЕГЛА НА ДЪГИТЕ РАЗМИТИ ЧИСЛА

Кирил Карагъозов, Петя Стоянова
kkaragyozov@yahoo.com, petia_8@abv.bg

ВТУ „Тодор Каблешков“, гр. София, ул. Гео Милев 15,
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: *разпределяне на трафика, транспортна мрежа, тегла на дъгите размити числа*

Резюме: *В доклада се разглежда проблема с разпределението на потоци в транспортна мрежа основани на първия принцип на Wardrop за установяване на равновесие на потоци на базата на индивидуалния избор на ползвателите. Мрежата е представена като ориентиран граф с тегла на дъгите представени като (Fuzzy) числа и времепътуване във функция на потока. В основата на алгоритъма за избор на маршрут е инкременталния подход за пускане на част от потока за дадена кореспонденция по най-кратък път определен с отчитане на представените като размити (Fuzzy) числа тегла на дъгите.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Транспортните мрежи най-често се представят в научната литература като ориентиран граф G(V,E), с множества на върховете V={1,..N} и на дъгитеE={1,..M}. Разрешаването на редица практически транспортни и логистични проблеми е свързано с прилагането на потокови алгоритми в мрежи, като най-кратки пътища от даден връх до краен връх или между всички върхове, максимален поток с минимална стойност, представен като оптимална циркулация, задача на превозите и др. В различните модели за прогнозиране на трафика, след получаването на прогнозните матрици на кореспонденциите (O-D), след стъпката на модален сплит по видове транспорт е необходимо да се направи назначаване (прикрепване) на потоците от O-Dпо конкретни маршрути в транспортната мрежа. При детерминирани оценки на потоците, така и на времепътуването, респективно „обобщената” стойност за преминаване на дадена дъга (ребро) в транспортната мрежа, прикрепването на транспортните потоци се осъществява по различни методи: всичко или нищо - всяка кореспонденция се разпределя по най-краткия –НКП (с минимална стойност/ време и т.н.); съгласно: 1-я принцип на Wardrop за „равновесие на ползвателите-(UE-users equilibrium)”, а 2-ят „системно равновесие-*(SE- system equilibrium*)”-средното време за системата е минимално. Тези принципи на равновесие се използват и доразвиват в редица модели [1] и съвременни софтуерни продукти за транспортно планиране. Независимо от детерминираната постановка, при мрежи с многобройни O-Dкореспонденции и множество върхове и (дъги) ребра, оптималното решение е сложна вариационна задача, която практически е решима само за мрежи с малка размерност. В литературата и на практика в различните програмни продукти се използват приближени алгоритми. Един от най-често използваните подходи е инкременталният подход. Той накратко може да се дефинира по следния начин: за всяка O-D кореспонденция от i-ти връх за j-ти, k-ти вид транспорт, f_{ij}^k се насочва определена част Δf_{ij}^k по най-краткия път P(i->j) (дължината на пътя-може да е стойност, времепътуване, обобщена стойност и др.), определен с някои от известните алгоритми на Dijkstra, Floydи др.. Когато част от потока премине по конкретни дъги от мрежата, те променят своята дължина, в следствие на нелинейната зависимост на „дължината" – разходите за преминаване на единица поток в зависимост от сумарния поток в дъгата.На следващата итерация се пропуска нова част Δf_{zl}^k от друга кореспонденция (z,l) по НКП, коригират се стойностите по дъгите на НКП и така до прикрепването на всички O-D. Алгоритъмът, реализиращ този подход е по подробно представен в [2].Инкременталният подход е удобен и приложим за реални транспортни мрежи, като дава малки отклонения от оптималното разпределение, които съществено зависят от поредността и стъпката, с която се разпределят O-D кореспонденциите..

Ключова стъпка в алгоритъма на прикрепване на матриците на кореспонденциите, към конкретните транспортни мрежи е стъпката за намиране на най-кратък път от даден връх s до даден връх t.

Проблемът с включването на оценката на несигурността в алгоритмите за намиране на най-кратък път между два или между всички върхове е от голямо практическо значение при използването в различни области като транспорт, комуникации, маршрутизация и график за движение. За реализация на проблема-дължина на дъгата на мрежата може да представлява времето или разходите, които са вариабилни (недетерминирани), както по периоди, така и от стохастичната природа на транспортния поток. За отчитането на тази вариабилност, в зависимост от наличната информация, в литературата се прилагат различни подходи: интервални оценки[3], размити числа и операции с тях. Теорията на Fuzzy setsе въведена от Zadeh[4]. Това е метод за моделиране на вида на несигурност, свързана с неяснота. Силата на размитите множества е, че той използва променлива, където точната обосновка се разглежда като ограничаване на случаите на "приблизителни мотиви".

Ефективността на метода за намиране на най-кратките пътища от даден връх до всички останали, с дължини на дъгите размити числа, зависи от неговата лекота на изпълнение. В доклада се използва предложената в [5] модификация на алгоритъма на Дейкстра, като постоянните белези на всеки връх (най-краткото разстояние от началния връх s) са също размити числа.

Друга възможност за отчитане на несигурността на оценките е дефинирането „дължината" на дъгата, като случайна величина със средна стойност и средно квадратично отклонение. Може да се приложи подхода в МКР и Pert, като се използват - (a-долна граница,m-мода, b–горна граница), позволяващи да се определят приблизително-средната стойност и средно квадратичното отклонение, като се използва на известното бета разпределение.

Включването на всеки един от тези подходи, изисква модификация на алгоритъма за намиране на най-кратък път между два върха.

Въпреки интензивното развитие на теорията на размитите множества, няма еднозначна постановка на разглежданата задача [4],[5],[8],[9],вследствие на различните предпоставки, цели и форми на размитите числа . В настоящият доклад се използва подход за намиране на най-кратък път от sкъм всички останали върхове на графа, подобен на този предлаган в [4].

В настоящият доклад се разглежда възможността за усъвършенстване на разгледания в [2] и [6], инкрементален подход, като се изследва възможността за включване на несигурността на детерминираните оценки, за определяне на на най-кратките пътища.

Постановка на проблема:

Най-общо се представят два от подходите за разпределение (назначаване на маршрутите) на матрицата на кореспонденциите, при детерминирана оценка на функцията на разходите в зависимост от потоците във всяка дъга.

Като се следва изложението в [2], транспортната мрежа е представена като свързан граф G (V,E), като V е множеството от върхове (местата за зареждане и погасяване на потоци), а Емножеството на дъгите (участъци от пътната мрежа), с Nвърха и Мориентирани дъги. При зададена матрица на кореспонденциите (O-Dматрица) T с елементи T_{ij}(трафика, които се генерира от източник iи погасява в краен пункт j. Задачата се свежда до пропускане на кореспонденциите по дъгите (участъците) мрежата при минимални разходи.

Целева функция:

(1) $$Z = \sum_{k=1}^{M} f_k c_k(f_k) \Rightarrow \min$$

където: f_k е сумарния поток от кореспонденциите, преминаващи през дъга ***к***, а $c_k(f_k)$са разходите (времето) са пропускането на единица поток по дъга k;

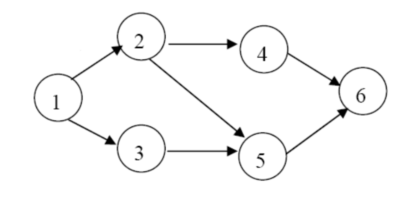
Ако се абстрахираме от индекса к, за всяка дъга може да се използва например известната функция BPR; $c(f) = t(f) = t_0\left\{1 + \alpha\left(\frac{f}{u}\right)^{\beta}\right\}$, $\alpha = 0.2$ $\beta = 4$; t_0 -времепътуване при скорост на свободно движение, u - пропускателна способност на дъгата.

При постоянни разходи $c_k(f_k) = const$ тази задача се решава с известни методи на линейно програмиране. На практика, обаче разходите c_k нелинейно зависят от обема на потока в дъгата f_k, а това е задача на нелинейното програмиране. Постановката в [2] еследната:задава се първоначалното състояние на системата, т.е. в елементите на графа се натрупват неразпределяемите потоци $f_k^{(0)}$. Изчисляват се стойностите (времената)-$c_k\left(f_k^{(0)}\right)$ и се задават в дъгите $e_k \in E$ на мрежатаG(V,E). Намират се най-кратките пътища за всички кореспонденции и се записват в отделни масиви. С определена стъпка се пропуска част от кореспонденция по НКП, изчислява се увеличението на потоците по дъгите на пътя, преизчисляват се разходите за следващата итерация $c_k\left(f_k^{(1)}\right)$ и отново се задават в графа на мрежата. Отново се намират най-кратките пътища и така нататък, като за всяка итерация се проверява изчерпването на Tij, докато не се разпредели цялата O-D матрица. Разбира се, ако се използва диференциалният подход, т.е да се отчита с „проглеждане" напред, къде ще нарастват най-много/ най-малко разходите, частта от O-D кореспонденцията като поток ще се насочи към тези маршрути, които имат най-малко изменение.

Подобен е алгоритъмът приведен в [6], с тази разлика, че мрежата се «натоварва», последователно на малки стъпки, като след всяка стъпка се „преизчисляват" стойностите по най-краткия път от даден връх (O) до даден връх (D). Подробно представяне на алгоритмите и на различните евристични техники за използване на инкременталният подход, както и на редица други подходи са изложени в [6].

В основата и на двата описани алгоритъма е многократното изпълнение на алгоритъма за намирането на най-краткия път от даден източник S до даден връх t или до всички останали върхове, т.е. това е класическият алгоритъм на поставяне на “белези“ на Dijkstra, при зададени детерминирани стойности на дължините (времената, стойностите) на дъгите в графа G(V,E).

Следователно, една от възможностите да се изследва не детерминираността на “дължините” е да се търси определена модификация на алгоритъма на Dijkstra, или да се използват известни алгоритми за намиране на К-НКП [7]и изследването им с включване на неопределеността, която съществува.



Фиг. 1 Ацикличен ориентиран граф

В последващото изложение, ще се разгледа представеният подход за определяне на НКП, зададен с размити числа за дължините на дъгите в графа. Без да се намалява общността на подхода, се разглеждат само триъгълни размити числа (a,b,c). За да се илюстрира подхода се излага предложения в [5] модифициран алгоритъм на Дейкстра, при зададени стойности на дъгите с размити числа и числов пример.

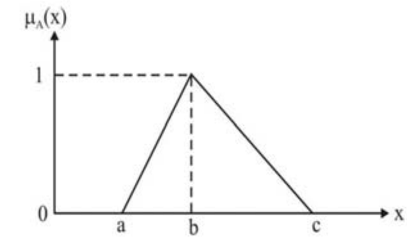
Зададен е ацикличен ориентиран граф Фиг. 1.Триъгълното размито число А, което може да бъде със стойности (a,b,c) дефинирано с функция на принадлежност на дадена стойност (x) към размитото множество $\mu A(x)$ определена в интервала {0-1). В общият случай - a–минимална стойност, b–най-вероятна очаквана стойност, c–максимална стойност

$$(2)\quad \mu A(x) = \begin{cases} (x-a)/(x-b) & ,a \le x \le b \\ (c-x)/(c-b) & ,b \le x \le c \\ 0 & ,иначе \end{cases}$$

Стойности на дъгите

Табл. 1

дъги		**стойности**		
i	**j**	**A**	**b**	**c**
1	2	1	3	4
1	3	2	4	5
2	4	1	2	3
2	5	2	4	6
3	5	2	5	6
4	6	2	3	8
5	6	3	5	7



Фиг.2 Функция на принадлежност

Стъпка 1: всички възможни пътища представени с дължини Li от i= 1,2…n, където $L_i = (a_1^{'}, b_1^{'}, c_1^{'})$.

Стъпка 2: инициализира се $L\min = (a,b,c) = L_1(a_1^{'}, b_1^{'}, c_1^{'})$.

Стъпка 3: i=2.

Стъпка 4: (3)
$$b = \begin{cases} b; & ако \quad b \le a_i^{'} \\ \dfrac{(b * b_i^{'}) - (a * a_i^{'})}{(b + b_1^{'}) - (a + a_1^{'})}; & ако \quad b > a_i^{'} \end{cases}$$
$$a = \min(a, a_i^{'}); \quad c = \min(c, b_i^{'});$$

Стъпка 5: $L\min = (a,b,c)$ като се пресметне в Стъпка 4.

Стъпка 6: $i = i + 1$.

Стъпка 7:Ако $i < n+1$, връща се в Стъпка 4.
По същия начин се дефинира триъгълното размито числоB, което може да бъде със стойности $(a2, b2, c2)$ реални числа. Сумата на две размити числа А и В е: $A + B = (a1 + a2, b1 + b2, c1 + c2)$. За по голяма яснота е приведен числовия пример даден [4]за графа G(V,E) от фиг.1 с размити числа на дъгите от табл.1.

Стъпка 1. Определят следните 3 възможни пътя от 1 до 6:
P1: 1-2-4-6 ->L1)=(1+1+2,3+2+3,4+3+8)=(4,8,15)
P2: 1-2-4-5-6 ->L2 = (6, 12, 17)
P3: 1-3-5-6 -> L3 = (7, 14, 18)
Стъпка 2:Lmin=min(L1,L2<L3)->L1=(4,8,15)
Стъпка 3: i=2;
Стъпка 4: Изчисляване на (a,b,c):

$$b = \begin{cases} \dfrac{(b * b_i^{'}) - (a * a_i^{'})}{(b + b_1^{'}) - (a + a_1^{'})} = \dfrac{(12 * 8) - (6 * 4)}{(12 + 8) - (6 + 4)} = 7{,}2; ако \;\; b > a_i^{'} \end{cases}$$

$$a = \min(a, a_i^{'}) = \min(4,7) = 4; c = \min(c, b_i^{'}) = \min(15,12) = 12;$$

Стъпка5:Lmin=min(L1,L2<L3)->L1=(4,7.2,12)
Стъпка 6: i=3 (i=2+1);

$$b = \begin{cases} \dfrac{(7.2 * 14) - (4 * 7)}{(7.2 + 14) - (4 + 7)} = 7{,}1; \quad ако \quad b > a_i^{'} \end{cases}$$

$$a = \min(a, a_i^{'}) = \min(4,7) = 4; c = \min(c, b_i^{'}) = \min(12,14) = 12;$$

За да се изчисли Стъпка 6 от алгоритъма, т.е. да се намери Евклидовото разстояние между всички дължини и Lmin се прилага формула (4), от което се получава следния резултат за: P1: 1-2-4-6, Li=(4,8,15) и е Lmin=(4,7.1,12).
(4)(Li, Lmin) = $\sqrt{(4-4)^2 + (8-7.1)^2 + (15-12)^2}$;

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представен е един подход за намиране на най-кратки пътища с размити числа, като в литературата[4],[8],[9],[10]са описани и други методи,включително и математическата теория[6],[7]. Основната цел е да се илюстрира, как дадена несигурност би могла да се отрази в най-краткия между два върха,. Алгоритъмът за определянето им е съществена част от алгоритъма за разпределение на кореспонденциите от матрицата O-D.

Редица нерешени въпроси възникват с постепенното увеличаване на потока на дъгата и вследствие на това b=c(f)- се изменя в функция на потока в дъгите по пътя. Стои открит въпроса, ако на итерация , $b^{(l)} = K(l) b^{(l-1)}$, т.е с скаларен множител $K(l)$, как се изменят оценките –минималната **a** и максималната **c** . Един от възможните подходи е да се запазва пропорцията на отношенията при първоначално ненатоварена мрежа или да се дефинира аритметичната операция а на умножение на размито число с константа.

Съчетаването на два известни в литературата подхода, дава възможност за бъдещи изследвания, с цел да се разработи единен модел за адекватно разпределение на кореспонденците в O-D матрицата по конкретни маршрути в реалните транспортни мрежи.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] J.G.Wardrop, , J.I.Whitehead, "Correspondence. Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research". ICE Proceedings: Engineering Divisions, 1952, **1** (5): 767.

[2] Р.Райков, Т. Качаунов, К. Карагьозов, Оптимизация на разпределение на вагонопотоците в железопътния транспорт. Научно - приложна международна конференция "Приложение на ЕИМ и микропроцесорната техника в железопътния транспорт", Варна,21-22 октомври 1983.
[3] A.Hossain, S.Dimitrov, E.Madjarski, The Interval Shortest-Route Problem on Sofia Transportation Network, Bulgarian academy of sciences, problems of engineering cybernetics and robotics, 2009, 61.
[4] Zadeh L. A., Fuzzy sets. Information and Control,1965, 8, 338-353.
[5] Kung J. Y., Chuang T. N., The shortest path problem with discrete fuzzy arc lengths. Computers and Mathematics with Applications, 2005, 49, 263-270.
[6] Y.Sheffi, Urban transportation networks, Urban transportation-Mathematical models, 1984.
[7] Yen, Jin Y. "An algorithm for finding shortest routes from all source nodes to a given destination in general networks", Quarterly of Applied Mathematics, 1970, 27: 526–530.
[8] R. Yager, Paths of least resistance on possibilistic production systems, Fuzzy Sets Syst, 1986, 19, 121–132.
[9] S. Okada, T. Soper, A shortest path problem on a network with fuzzy lengths, Fuzzy Sets Syst, 2000, 109, 129–140.
[10] Klein, C. M..Fuzzy Shortest Paths, Fuzzy Sets and Systems 1991, 39, 27–41.

TRAFFIC ASSIGNMENT IN TRANSPORTATION NETWORK WITH FUZZY WEIGHT ARCS

Kiril Karagyozov, Petya Stoyanova
kkaragyozov@yahoo.com, petia_8@abv.bg

"Todor Kableshkov" University of Transport"
Sofia, st. Geo Milev– 158
BULGARIA

Key word*: Traffic assignment, transportation networks, fuzzy weight arcs*
Abstract: *The paper examines the problem of traffic assignment in a transportation network based on the first principle of Wardrop to establish the balance of flows through individual choice of users. The network is represented as a directed graph with Fuzzy arc's weights and travel times as a function of traffic flows. The algorithm of route selection is based on the incremental approach to release part of the flow for certain destination along the shortest route determined with considering the presented Fuzzy weights.*