



**ПРИЛОЖЕНИЕ НА НЕСТАЦИОНАРЕН ГАЗОДИНАМИЧЕН  
МОДЕЛ ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПРОЦЕСИТЕ В ЦЕВНИТЕ  
ОРЪЖЕЙНИ СИСТЕМИ И БУТАЛНИТЕ ДВИГАТЕЛИ С  
ВЪТРЕШНО ГОРЕНЕ**

Мариан Н. Мутафчиев  
[Marian\\_mutafchiev@abv.bg](mailto:Marian_mutafchiev@abv.bg)

*Висше транспортно училище "Тодор Каблешков"*  
ул. "Гео Милев" 1574 София 1574, катедра "Транспортна техника"  
**БЪЛГАРИЯ**

*Ключови думи:* вътрешна балистика, нестационарен газодинамичен модел

*Резюме:* Представен е математичен модел на нестационарните газодинамични процеси протичащи в цевните оръжия и буталните двигатели

Уравненията на непрекъснатостта на движението и на енергията образуват хиперболична квазилинейна система диференциални уравнения, която може да се представи в следния вид:

$$(1) \left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial w}{\partial x} &= 0 \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho w \frac{\partial w}{\partial x} &= - \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial x} &= \frac{1}{a^2} \left( \frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{\partial p}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\}.$$

Необходимо е системите уравнения (1) да бъдат приведени в характеристичен вид (казва се още каноничен т.е. най-прост вид). След редица преобразувания се получава следната система:

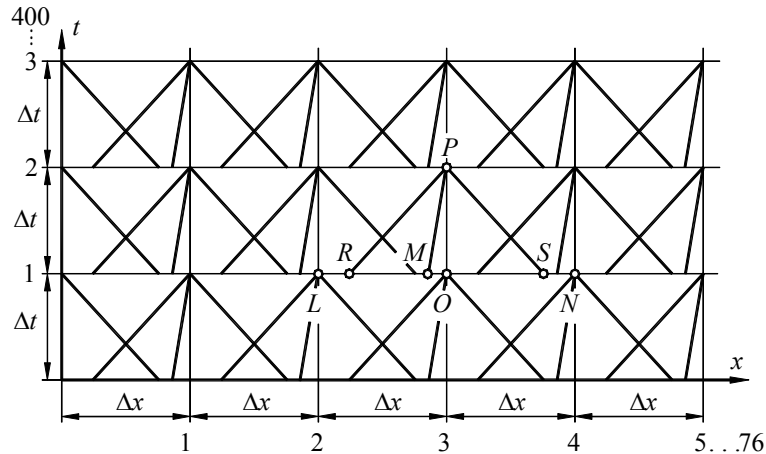
$$(2) \left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho a} dp + dw &= 0; \quad \frac{dx}{dt} = w + a \\ \frac{1}{\rho a} dp - dw &= 0; \quad \frac{dx}{dt} = w - a \\ dp - a^2 d\rho &= 0; \quad \frac{dx}{dt} = w \end{aligned} \right\}.$$

Левите уравнения на системата (2) представляват условията за съвместност, а десните се наричат в литературата [1,2,3,4] уравнения на направленията.

Решаването на горната система се извършва с метода на характеристиките с регулярна правоъгълна мрежа, показана на фиг. 1.

Като се използва съотношението  $\frac{1}{\rho} = \frac{a^2}{kp}$  и като се представят чрез крайни разлики уравненията от системата (2), се получава:

$$(3) \quad \left. \begin{aligned} w_P - w_R + \frac{a_R}{kp_R}(p_P - p_R) &= 0 \\ w_P - w_S + \frac{a_S}{kp_S}(p_P - p_S) &= 0 \\ p_P - p_M - a_M^2(\rho_P - \rho_M) &= 0 \end{aligned} \right\}.$$



Фиг. 1. Фрагмент от схемата, построена по метода на характеристиките с регулярна правоъгълна мрежа.

И така, след преобразувания, системата диференциални уравнения (3) се свежда до следната система алгебрични уравнения:

$$(4) \quad \left. \begin{aligned} p_P &= \frac{k}{a_R + a_S} \left[ w_R - w_S + \frac{1}{k}(p_R - p_S) \right] \\ w_P &= \frac{k \left[ w_R \frac{p_R}{a_R} + w_S \frac{p_S}{a_S} \right] + p_R - p_S}{k \left( \frac{p_R}{a_R} + \frac{p_S}{a_S} \right)} \\ \rho_P &= \frac{1}{a_M^2}(p_P - p_M) + \rho_M \end{aligned} \right\}.$$

От уравненията на направленията (2), представени с крайни разлики се получава:

$$(5) \quad \frac{\Delta x_R}{\Delta t} = w_O + a_O \quad \frac{\Delta x_S}{\Delta t} = w_O - a_O \quad \frac{\Delta x_M}{\Delta t} = w_O$$

Стойностите на параметрите в точките R, M и S се определят по техните известни стойности в точките L, O и N чрез линейна интерполация и уравненията на направленията (5). За определяне на налягането в точка R например се използва следната зависимост:

$$(6) \quad \frac{p_R - p_L}{p_O - p_L} = \frac{x_R - x_L}{x_O - x_L}.$$

След преобразування и като се замести  $\Delta x_R$  с неговото равно от уравнението на правата характеристика от (5), се получава:

$$p_R = p_L + (p_O - p_L) \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} (w_O + a_O) \right].$$

След преобразування се получава окончателно:

$$(7) \quad p_R = p_O + (p_O - p_L)(w_O + a_O) \frac{\Delta t}{\Delta x}.$$

По аналогичен начин се получават формулите и за останалите необходими величини- скорост, плътност и скорост на звука,

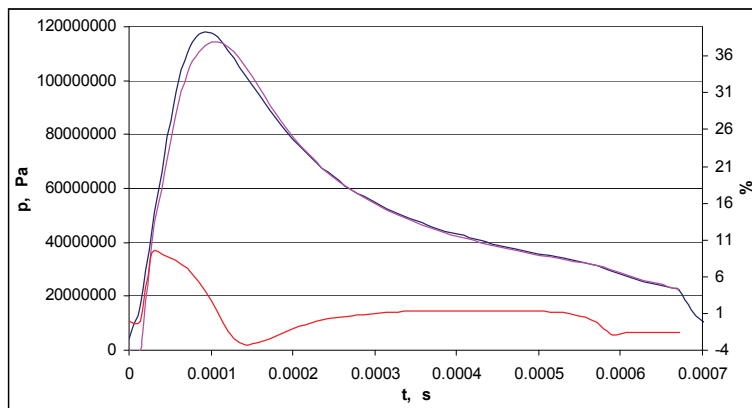
$$(8) \quad \begin{aligned} p_R &= p_O - (p_O - p_L)(w_O + a_O) \frac{\Delta t}{\Delta x}; \quad \rho_R = \rho_O - (\rho_O - \rho_L)(w_O + a_O) \frac{\Delta t}{\Delta x}; \\ w_R &= w_O - (w_O - w_L)(w_O + a_O) \frac{\Delta t}{\Delta x}; \quad a_R = a_O - (a_O - a_L)(w_O + a_O) \frac{\Delta t}{\Delta x}. \end{aligned}$$

С това става възможно определянето на параметрите в точка Р. Следва уточняваща процедура със следната система уравнения

$$(9) \quad \begin{aligned} p_R &= p_O - (p_O - p_L) \left( \frac{w_R + w_P}{2} + \frac{a_R + a_P}{2} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x}; \\ w_R &= w_O - (w_O - w_L) \left( \frac{w_R + w_P}{2} + \frac{a_R + a_P}{2} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x}; \\ \rho_R &= \rho_O - (\rho_O - \rho_L) \left( \frac{w_R + w_P}{2} + \frac{a_R + a_P}{2} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x}; \\ a_R &= a_O - (a_O - a_L) \left( \frac{w_R + w_P}{2} + \frac{a_R + a_P}{2} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x}. \end{aligned}$$

С представения нестационарен газодинамичен модел са направени два числени експеримента. Първият има за цел да установи наличието на неравномерно вълново или инерционно разпределение на налягането в цевта между дъното на цевта и тила на снаряда. Втория числен експеримент има за цел да установи реалната скорост на изтичане на газовете от цевта след излитане на снаряда и реалната местна скорост на звука.

Основен проблем при боравенето с нестационарния модел е задаването на началните и гранични условия, така че те да бъдат най-близо до реалността. По време на движението на снаряда в цевта се приемат следните предпоставки: Скоростта на газовете в дъното на цевта е нула, а слойт намиращ се непосредствено зад снаряда има скоростта на снаряда. Разпределението на скоростта между дъното и снаряда е линейно. В началния момент разпределението на налягането е равномерно, т.е. постоянно по дължина на участъка. В следващия момент разпределението на налягането се определя с нестационарния модел, като дължината на участъка се променя от дължината на камерата до дължината на цевта съгласувано с квазистационарния модел по време.



Фиг. 2. Изменение на налягането във функция на времето, определено с квазистационарния модел - кривата с по-голямо максимално налягане и с нестационарния модел за пистолет "Стечкин". Най-долната крива представлява относителната разлика между двете.

Резултата от изчисленията за текущия пример - пистолет "Стечкин" е показан на фиг.2. Най-долната крива представлява относителната разлика между двете криви. Средната разлика е 0,9%. От фигурата се вижда, че двете криви се пресичат три пъти, а стойността намалява по-дължина на цевта. Ако е на лице инерционно изоставане на разпространението на налягането, то разликата би трябвало да расте по-дължина на цевта и в края и да става максимална. Нищо подобно не се наблюдава, което налага извода, че за разглеждания пример не може да става въпрос за инерционни и вълнови ефекти. Уместно е тук да се напомни, че разпространението на налягането става с местната звукова скорост, която в случая е много по-голяма от скоростта на куршума.

Ако се определи скоростта на звука с израза:

$$(10) \quad a = \sqrt{kRT},$$

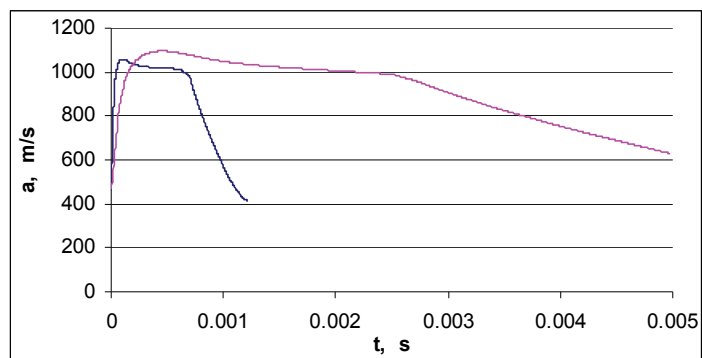
се получава резултатът показан на фиг. 3. Вижда се, че в края на цевта звуковата скорост не надхвърля 1000 m/s. Скоростта определена с израза

$$(11) \quad w = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{pV}{M} \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

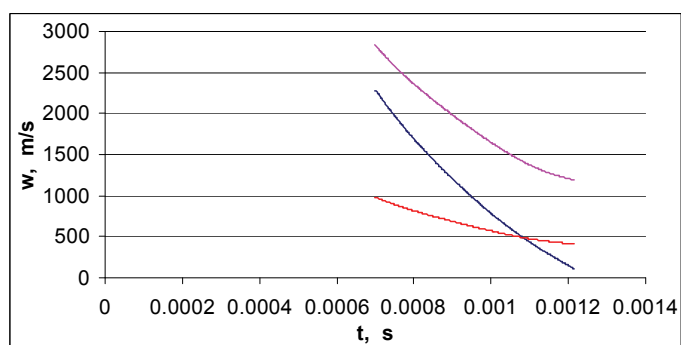
и показана на фиг. 4, е над два пъти по-голяма, а това не би трябвало да е възможно, тъй като цевта няма форма на лавалова дюза. Нещо повече, поради голямата разлика в наляганята във и извън цевта, скоростта би трябвало да се определя с израза:

$$(12) \quad w_{\max} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT},$$

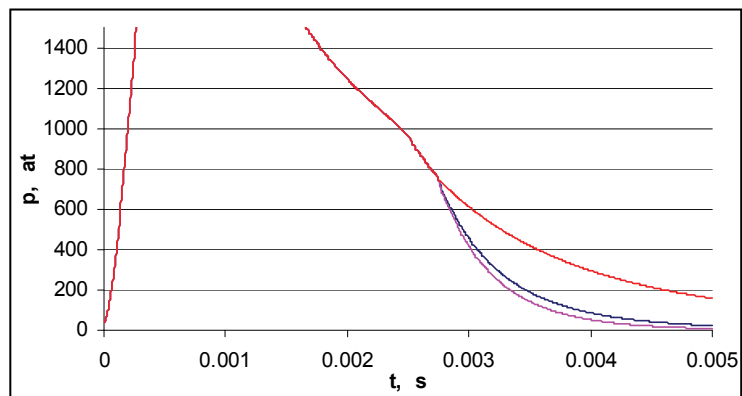
при което се получават още по-големи стойности. Това е показано на фиг. 4, а на фиг. 5 е показано налягането в цевта при изтичане с трите скорости. Очевидно е, че изтичане със звукова скорост е нереалистично.



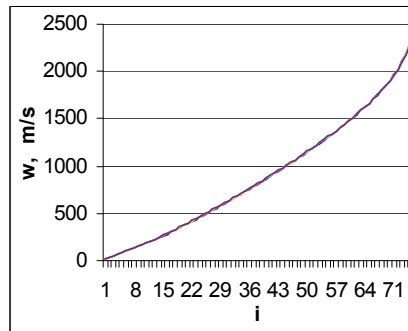
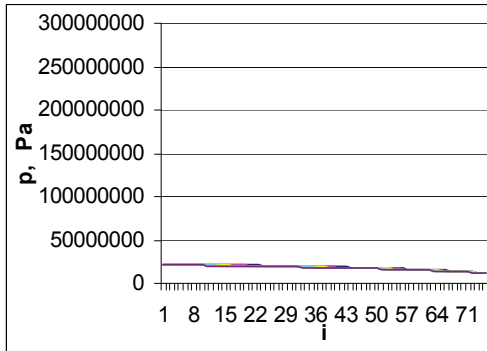
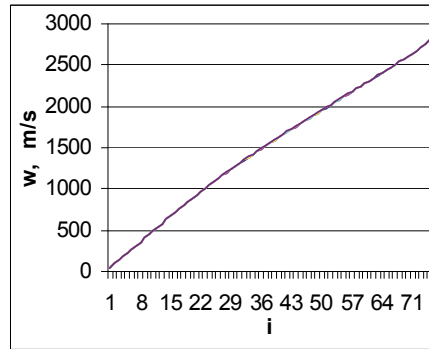
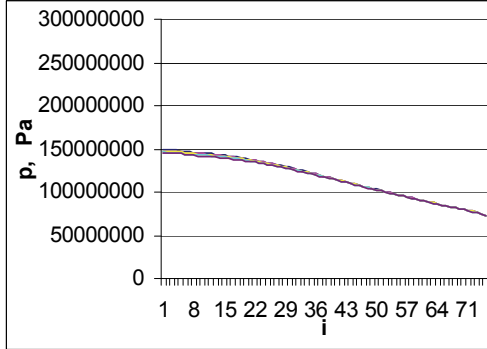
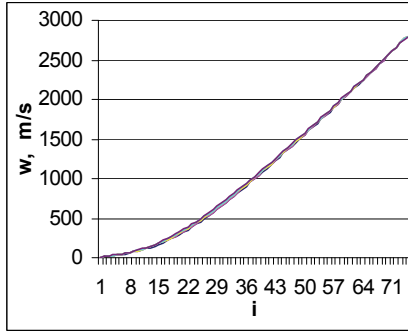
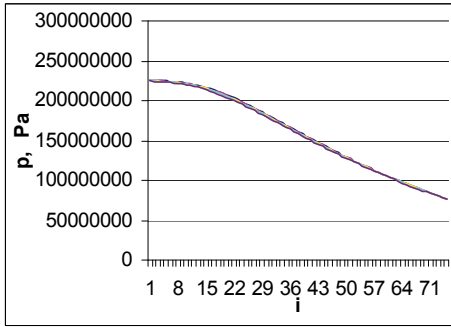
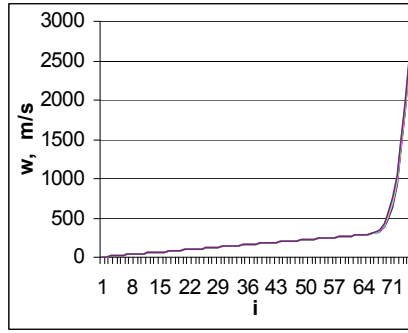
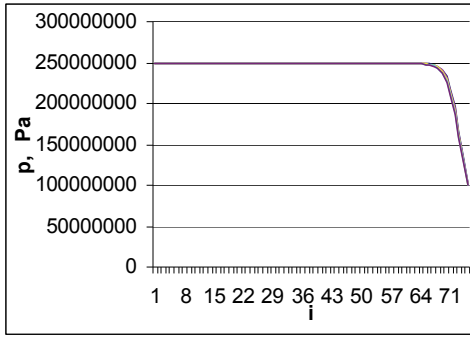
Фиг. 3. Изменение на скоростта на звука във функция от времето за пистолет “Стечкин”( по-късата крива) и 23-милиметрово уръдие.

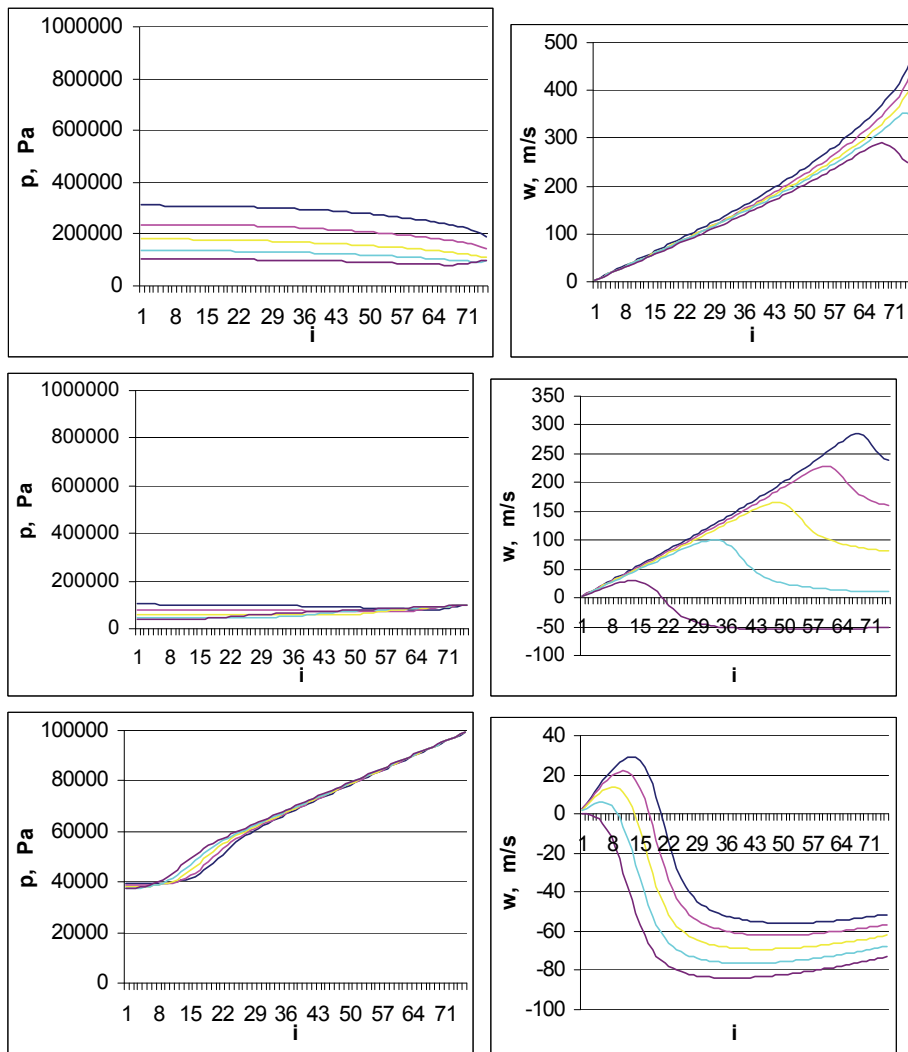


Фиг. 4. Изменение на скоростта на изтичане във функция от времето. Най-горната крива представлява максималната скорост, определена с (12), средната е изчислена с (11), най-долната крива представлява скоростта на звука. И трите криви се отнасят за пистолет “Стечкин”



Фиг. 5. Изменение на налягането по време на изтичането отредено в съответствие с три различни скорости. Най-горната крива съответства на изтичане със звукова скорост, определена с (10). Средната крива съответства на (11). Най-долната крива съответства на максималната скорост. Данните се отнасят за 23-милиметрово зенитно уръдие.

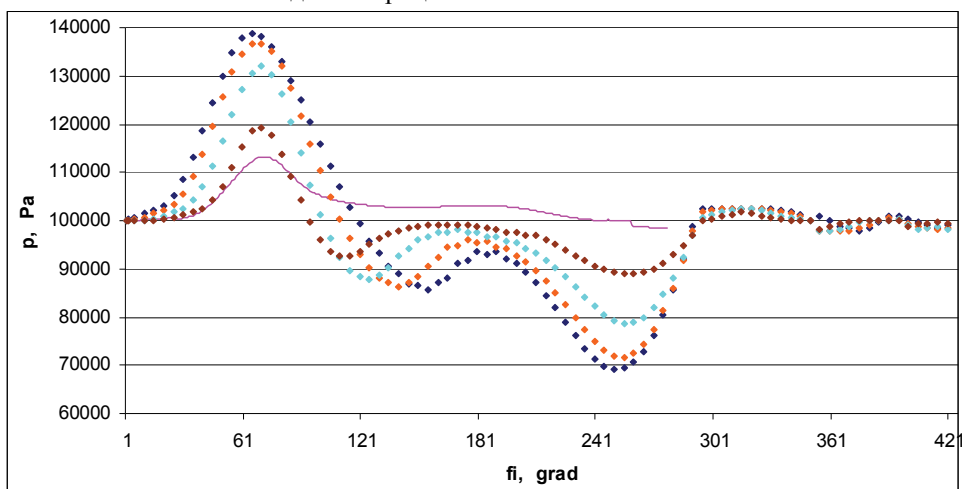




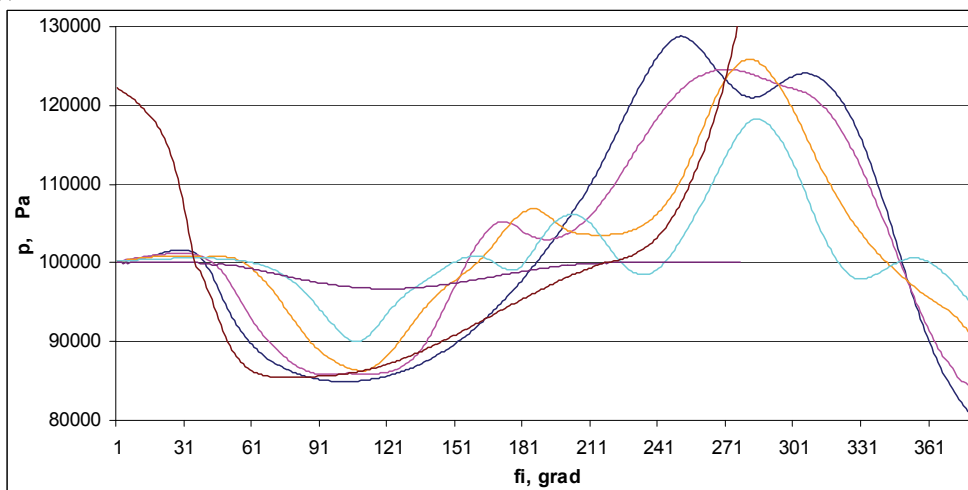
**Фиг. 6. Изменение на налягането и скоростта на газовете по дължина на цевта по време на изтичането - продължение от предната страница**

От казаното става ясно, че е налице разминаване, което трудно може да бъде обяснено с резултатите получени с квазистационарния метод. Затова са направени изчисления с нестационарния метод и резултатите са показани на фиг. 6. На фигурата са показани седем кадъра от изменението на налягането и скоростта в цевта. Ясно се вижда образуването на разредителната вълна в началото и разпространението и към дъното на цевта като същевременно налягането плавно намалява. Скоростта на изтичане през по-голямата част от времето е над 2500m/s. На края вълната преминава във вакуум и се отразява от дъното на цевта. По време на този числен експеримент стана ясно, че звуковата скорост във вътрешността на вълната е около 2500m/s ,т.е. много по-голяма от стойностите които се получават с квазистационарния метод, въпреки че и в двата случая се използва за изчисление израза (10). Скоростта на течението не надвишава скоростта на звука.

С представения по-горе математичен модел са направени изчисления за определяне на налягането скоростта и плътността в пълнителния и изпускателния колектори на бутален дизелов двигател с дължина на колекторите 400mm. На фиг.7 се вижда образуването на вълна на налягане в изпускателния колектор, последвана от разредителна вълна на която се дължи процеса продухване. На фиг.8 се вижда образуването на разредителна вълна в пълнителния колектор, последвана от вълна на налягане на която пък се дължи процеса



Фиг. 7. Изменение на налягането в изпускателния колектор с дължина 400mm, на дизелов двигател



Фиг. 8. Изменение на налягането в пълнителния колектор с дължина 400mm на дизелов двигател

инерционно дозареджане. На фигурите са показани и резултатите получени с квазистационарния метод за параметрите в колекторите а на фиг.8 е показано и налягането в цилиндъра на двигателя по време на процеса пълнене.



#### ЛИТЕРАТУРА

- [1.] **Мутафчиев М.** Едномерен математичен модел на нестационарните газодинамични процеси, протичащи в колекторите на ДВГ -XII научно техническа конференция с международно участие на тема: “ТРАНСПОРТ, ЕКОЛОГИЯ - УСТОЙЧИВО РАЗВИТИЕ” - 2006 – Варна
- [2.] **Рудой Б. П.** Прикладная нестационарная гидрогазодинамика 1988г. Уфа
- [3.] **Круглов М. Г., Меднов А. А.** Газовая динамика комбинированных двигателей внутреннего сгорания – М.: Машиностроение 1988
- [4.] **Фокс Д. А.** Гидравлический анализ неустановившегося течений в трубопроводах: Пер. С англ. – М.: Энергоиздат, 1981

## NON STATIONARY GAS DYNAMIC MODEL FOR THE STUDY OF PROCESSES IN THE BARELED WEAPONS SYSTEMS

**Marian N. Mutafchiev**  
[Marian\\_mutafchiev@abv.bg](mailto:Marian_mutafchiev@abv.bg)

*Todor Kableshkov University of Transport,  
Sofia, 1574, 158, Geo Milev str.,  
BULGARIA*

***Key words:** ballistics, internal ballistics, not-stationary, gas dynamic model*

***Abstract:** Presentation of a method for non stationary gas dynamic model for the study of processes in the barreled weapons systems and analysis of the effects*